



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO  
ESCUELA NACIONAL COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES

## **PROGRAMAS DE ESTUDIO 2024**

ÁREA DE MATEMÁTICAS

# MATEMÁTICAS I-IV

Primera edición: julio de 2024.

D.R. © UNAM 2024 Universidad Nacional Autónoma de México,  
Ciudad Universitaria. Alcaldía Coyoacán, C.P. 04510, CDMX.

Esta edición y sus características son propiedad de la UNAM.  
Prohibida la reproducción total o parcial por cualquier medio, sin  
la autorización escrita del titular de los derechos patrimoniales.  
Impreso y hecho en México - *Printed in Mexico*.

# ÍNDICE

<b>PRESENTACIÓN DE LA MATERIA</b> .....	9
La transversalidad de la materia con otras disciplinas .....	9
El conocimiento y aplicación de la tecnología .....	10
La perspectiva de género .....	11
La formación para la ciudadanía .....	12
La sustentabilidad .....	13
Ubicación de la materia de Matemáticas en el marco del mapa curricular .....	15
Relación con el área y con otras asignaturas .....	17
Enfoque disciplinario y didáctico .....	20
Concreción en la materia de los principios del Modelo Educativo del Colegio: <i>aprender a aprender, aprender a hacer, aprender a ser</i> .....	25
Contribución de la materia de Matemáticas al Perfil de Egreso .....	27
Propósitos generales de la materia .....	28
Panorama general de las unidades .....	30

# MATEMÁTICAS I

Presentación de la asignatura de Matemáticas I .....	33
Propósitos del curso .....	34
Evaluación .....	35
<b>Unidad 1.</b> El significado de los números y sus operaciones básicas .....	37
Presentación de la unidad .....	37
Carta descriptiva .....	38
Evaluación .....	42
Referencias .....	43
<b>Unidad 2.</b> Variación directamente proporcional y funciones lineales .....	45
Presentación de la unidad .....	45
Carta descriptiva .....	46
Evaluación .....	47
Referencias .....	48
<b>Unidad 3.</b> Ecuaciones de primer grado con una incógnita .....	50
Presentación de la unidad .....	50
Carta descriptiva .....	51
Evaluación .....	52
Referencias .....	53
<b>Unidad 4.</b> Sistemas de ecuaciones lineales .....	55
Presentación de la unidad .....	55
Carta descriptiva .....	56
Evaluación .....	58
Referencias .....	59

# MATEMÁTICAS II

Presentación de la asignatura de Matemáticas II .....	63
Propósitos del curso .....	64
Evaluación .....	65
<b>Unidad 1.</b> Ecuaciones cuadráticas .....	67
Presentación de la unidad .....	67
Carta descriptiva .....	67
Evaluación .....	70
Referencias .....	71
<b>Unidad 2.</b> Funciones cuadráticas .....	73
Presentación de la unidad .....	73
Carta descriptiva .....	73
Evaluación .....	75
Referencias .....	76
<b>Unidad 3.</b> Elementos básicos de geometría plana .....	78
Presentación de la unidad .....	78
Carta descriptiva .....	79
Evaluación .....	84
Referencias .....	85
<b>Unidad 4.</b> Congruencia, semejanza, teorema de Tales y teorema de Pitágoras .....	87
Presentación de la unidad .....	87
Carta descriptiva .....	88
Evaluación .....	92
Referencias .....	93

# MATEMÁTICAS III

Presentación de la asignatura de Matemáticas III .....	97
Propósitos del curso .....	97
Evaluación .....	99
<b>Unidad 1.</b> Elementos de trigonometría .....	100
Presentación de la unidad .....	100
Carta descriptiva .....	101
Evaluación .....	104
Referencias .....	105
<b>Unidad 2.</b> Elementos básicos de geometría analítica .....	108
Presentación de la unidad .....	108
Carta descriptiva .....	109
Evaluación .....	111
Referencias .....	112
<b>Unidad 3.</b> La recta y su ecuación cartesiana .....	115
Presentación de la unidad .....	115
Carta descriptiva .....	116
Evaluación .....	119
Referencias .....	120
<b>Unidad 4.</b> La parábola y su ecuación cartesiana .....	123
Presentación de la unidad .....	123
Carta descriptiva .....	124
Evaluación .....	127
Referencias .....	128

<b>Unidad 5.</b> La circunferencia, la elipse y sus ecuaciones cartesianas .....	131
Presentación de la unidad .....	131
Carta descriptiva .....	132
Evaluación .....	135
Referencias .....	136

## **MATEMÁTICAS IV**

Presentación de la asignatura de Matemáticas IV .....	141
Propósitos del curso .....	141
Evaluación .....	143
<b>Unidad 1.</b> Noción del concepto de función y funciones polinomiales .....	145
Presentación de la unidad .....	145
Carta descriptiva .....	146
Evaluación .....	149
Referencias .....	150
<b>Unidad 2.</b> Funciones racionales y con radicales .....	152
Presentación de la unidad .....	152
Carta descriptiva .....	153
Evaluación .....	156
Referencias .....	157
<b>Unidad 3.</b> Funciones exponenciales y logarítmicas .....	160
Presentación de la unidad .....	160
Carta descriptiva .....	161
Evaluación .....	164
Referencias .....	165

<b>Unidad 4.</b> Funciones trigonométricas .....	168
Presentación de la unidad .....	168
Carta descriptiva .....	169
Evaluación .....	172
Referencias .....	173
Referencias para la elaboración del ajuste a los programas .....	176



## PRESENTACIÓN DE LA MATERIA

**E**l Colegio de Ciencias y Humanidades busca el desarrollo integral de las nuevas generaciones, es por ello que se encuentra ante el desafío de preparar a nuestro alumnado no solo en conocimientos y habilidades matemáticas, sino también en una comprensión de las interconexiones entre diversas disciplinas, el impacto de la tecnología en la sociedad, las realidades sociales, su compromiso ciudadano y su conciencia respecto a la sustentabilidad del planeta que habita. En ese sentido, se debe considerar la integración de elementos transversales a lo largo de los Programas de Estudio de Matemáticas I a IV, como la transversalidad de la materia con otras disciplinas, el conocimiento y aplicación de la tecnología, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía y la sustentabilidad, ya que estos, además de enriquecer el contenido académico, contribuyen a la formación de ciudadanos críticos y responsables en un mundo cada vez más interconectado y complejo.

### La transversalidad de la materia con otras disciplinas

El mundo real se caracteriza por su complejidad, donde los problemas a los que nos enfrentamos no pueden abordarse de manera aislada. En este sentido, la materia de Matemáticas tiene una dimensión significativa al haber sido diseñada e integrada de manera transversal con otras disciplinas. Esta conexión no solamente contribuye a la comprensión de conceptos matemáticos, sino que también demuestra su aplicación práctica en diversos campos del conocimiento.

La interacción entre las matemáticas y otras disciplinas proporciona al alumnado la oportunidad de contextualizar el aprendizaje, dando muestra de cómo los conocimientos matemáticos son fundamentales en situaciones del mundo real. Al vincular la materia con otras de diferentes áreas (ciencias sociales, experimentales, tecnología, humanidades), el alumnado será capaz de desarrollar una visión integral del conocimiento, identificando la interdependencia y la complementariedad de diversas disciplinas.

Además de integrar estas ventajas desde el punto de vista académico, la transversalidad también promueve el desarrollo de habilidades transferibles,<sup>1</sup> pues el alumnado no solo adquiere destrezas matemáticas, sino que se promueve el desarrollo del pensamiento crítico y del razonamiento lógico, así como la

---

<sup>1</sup> Las habilidades transferibles son aquellas que se necesitan para adaptarse a diversos contextos de la vida y que las personas pueden potencialmente transferir a diferentes entornos sociales, culturales o laborales. Incluyen habilidades cognitivas, sociales y emocionales, y su desarrollo permite que niños, niñas y adolescentes sigan aprendiendo a lo largo de la vida y se conviertan en ciudadanos activos con capacidad de llevar adelante sus propios proyectos de vida. Operan de manera coordinada con las otras habilidades -fundamentales, digitales y específicas para el trabajo- y contribuyen a que estas se conecten y refuercen mutuamente (Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia, UNICEF, 2022, pág. 3).

capacidad para la resolución de problemas, entre otras que son esenciales en cualquier ámbito.

Por otro lado, la transversalidad de las matemáticas con otras disciplinas contribuye a la motivación y el compromiso estudiantil al mostrarle la relevancia de esta materia en áreas que le interesen personalmente, así como la manera en la que se vincula con temas emergentes de la sociedad actual.

En este contexto, es crucial subrayar la importancia de incluir la transversalidad en las actividades a desarrollar en el aula, pues esta integración no siempre ocurre de manera natural, sino que debe ser una consideración intencional al elaborar estrategias, secuencias y actividades académicas. En este sentido, el profesorado deberá considerar la planificación, el diseño y el uso de estrategias que permitan la interacción transversal de diferentes disciplinas. Cuando esta interacción se hace de manera consciente y estructurada, no solo favorece el proceso educativo, sino que también contribuye a la formación de personas más preparadas para enfrentar los complejos desafíos del mundo contemporáneo.

## **El conocimiento y aplicación de la tecnología**

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) son las herramientas y recursos tecnológicos que facilitan la adquisición, almacenamiento, procesamiento y transmisión de información. Estas tecnologías incluyen dispositivos como computadoras, tabletas, teléfonos inteligentes, así como software, aplicaciones y recursos en línea que permiten la comunicación y el acceso a la información.

Por otro lado, las Tecnologías para el Aprendizaje y el Conocimiento (TAC) forman parte de las TIC, pero enfocadas al uso educativo de la tecnología, con el propósito de promover aprendizajes específicos y facilitar la construcción de conocimientos. Las TAC ofrecen posibilidades para promover aprendizajes que de otra manera serían complejos o prácticamente imposibles de plantear al alumnado, permitiendo la experimentación, la reflexión conceptual y la construcción de conocimiento.

El Colegio busca una formación tanto en cultura básica como propedéutica para estudios posteriores. Ambas se verán fortalecidas con el uso adecuado de estas tecnologías, mediante su integración ética y responsable, lo que impactará positivamente al alumnado a lo largo de su trayectoria en el bachillerato, incrementando sus conocimientos y habilidades para la búsqueda de información relevante, entre otros aspectos. Al hacerlo, los beneficios se extrapolarán a otras materias, preparando al alumnado para un uso efectivo y ético de la tecnología.

En Matemáticas muchos de los aprendizajes que se atienden son abstractos, su abordaje y construcción puede enriquecerse con estrategias potenciadas con el uso de tecnología, por lo que se sugiere su uso como una herramienta para validar, explorar, analizar y sintetizar procesos e información que favorecen la

adquisición y creación de conocimiento, contribuir a la comprensión de conceptos, la transición entre representaciones, el análisis de datos, la modelación de contextos de problemas, la comprobación de resultados, optimizando el tiempo de trabajo en el aula y fuera de ella.

## La perspectiva de género

La presencia de la Perspectiva de Género (PEG) en los Programas de Estudio de Matemáticas no se incluye en aprendizajes directamente relacionados de manera curricular, pero sí se manifiesta en cada faceta del entorno educativo. Desde el aula hasta las actividades propuestas el profesorado dentro y fuera de ella, la PEG permea en el ambiente de aprendizaje, promoviendo una construcción activa de conocimientos y saberes.

La integración de la PEG no se limita al análisis del impacto del género en la matemática, sino que va más allá, facilitando el desarrollo de valores y actitudes que enriquecen la formación académica y contribuyen al Perfil de Egreso de nuestra institución. Este enfoque estratégico de formar nuevas generaciones con una propuesta educativa que contemple esta perspectiva, se traduce en el compromiso de avanzar hacia una sociedad más igualitaria, justa y libre de violencia de género.

Como se mencionó, se reconoce que la materia no mantiene una relación explícita con la perspectiva de género, siendo más bien una asignatura de aporte potencial<sup>2</sup>. Por consiguiente, es factible incorporar elementos que, al mismo tiempo que faciliten el logro de los objetivos académicos, posibiliten el desarrollo de conocimientos, habilidades, actitudes y valores vinculados con la PEG.

En concordancia con esto, se sugiere que las actividades propuestas por la comunidad profesorado, tanto dentro como fuera del aula, integren esta perspectiva para alcanzar una educación completa. Esto implica no solo integrar ejemplos y contextos que reflejen la diversidad de contribuciones y experiencias de mujeres en el ámbito de las matemáticas, sino también crear un ambiente donde se reconozca y fomente el respeto a las diversas identidades de género. De esta manera, la PEG se convierte en un elemento intrínseco del proceso educativo, modelando no solo el contenido, sino también las actitudes y valores que guían el aprendizaje y la interacción en el aula.

Al involucrar la Perspectiva de Género en los Programas de Estudio de Matemáticas, se busca transformar la educación matemática en un espacio reflexivo y equitativo, abordando aspectos clave para promover una enseñanza más inclusiva. Este enfoque no solo enriquecerá la comprensión de la comunidad

---

<sup>2</sup> Aporte potencial: son asignaturas, módulos o actividades académicas cuyo contenido académico no guarda relación explícita con la perspectiva o igualdad de género; sin embargo, puede recurrirse a un tópico asociado a éstas que facilite el logro de los objetivos de aprendizaje en la asignatura y, al mismo tiempo, permita desarrollar algún conocimiento, habilidad, actitud y valor vinculado con la perspectiva o con la igualdad de género (CUAIEED-CIGU, 2022, pág. 28).

estudiantil acerca de la relación entre el género y la disciplina matemática, sino que también contribuirá a la formación integral de personas conscientes de las dinámicas de género en la sociedad actual, promoviendo la igualdad de género y respetando las diversidades sexo-genéricas, mientras que se fomentan la empatía, el pensamiento crítico y la ciudadanía activa en una sociedad diversa y en constante evolución; lo anterior, alineado con el cumplimiento de los derechos humanos al promover la no discriminación. Estos aspectos fundamentales para una educación inclusiva y equitativa contribuyen a la construcción de un ambiente educativo donde el alumnado se sienta valorado y respetado independientemente de su identidad de género.

## **La formación para la ciudadanía**

El CCH se interesa no sólo en la capacitación utilitaria de futuros profesionales, sino también en trascender más allá de la mera acumulación de conocimientos. Nuestra atención se centra en la formación ciudadana de la comunidad estudiantil, con el objetivo de cultivar individuos críticos, reflexivos, tolerantes, solidarios y comprometidos con su entorno. En concordancia con las ideas de García Reyes (2018), se busca que nuestros estudiantes se distingan por poseer actitudes, destrezas, comportamientos y habilidades que fomenten el respeto hacia los demás.

Esta formación ciudadana busca situar al alumnado en un contexto que le facilite comprender y valorar su entorno, así como discernir los derechos y responsabilidades inherentes al ejercicio de la ciudadanía. Asimismo, se promueve la vida democrática desde una perspectiva multicultural, alentando la toma de decisiones responsables y comprometidas con su contexto. Además, la matemática es una herramienta fundamental para el desarrollo de la sociedad que se utiliza en diversos ámbitos de la ciencia, la tecnología, la ingeniería, la economía, la administración, la salud, la educación, etcétera. Ello constituye una oportunidad para enriquecer la comprensión del papel de la matemática en la civilización, promoviendo su desarrollo armónico a la construcción de un mundo en el cual se pueda vivir juntos de la mejor manera posible, como mencionan Tedesco, Opperti y Amadio (2013).

Es importante señalar que solamente ceñirse a una propuesta curricular donde se enlistan contenidos actitudinales puede provocar la memorización de ideas, que quedan obsoletas y sin llegar a su concreción en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Para evitar esto, se propone contribuir a la construcción de ciudadanía mediante las relaciones cotidianas, a través de la implementación de un ambiente de aprendizaje en el que se promueva el respeto, la colaboración, la resolución de conflictos a través del diálogo, la autorregulación de emociones, el debate argumentado, el reconocimiento de la pluralidad, la honestidad, el respeto a los demás, la construcción tanto de opiniones propias como consensos

responsables y fundamentados que permitan, entre otras cosas, distinguir lo falso de lo verdadero, lo justo de lo injusto y rechazar la violencia y el abuso.

Por lo antes expuesto, la formación ciudadana incide en el desarrollo personal del alumnado, así como en el Perfil de Egreso del Colegio, al generar un pensamiento crítico, una actitud participativa en los asuntos que conciernen a la comunidad de la que forman parte, así como a entender y respetar la diversidad en todos sus aspectos. Se sugiere al profesorado repensar y seguir actualizando estrategias que contribuyan a la aportación de la matemática en este eje.

## **La sustentabilidad**

En la actualidad ha tomado auge el tema de la sustentabilidad, la cual se define como la capacidad de satisfacer las necesidades de la sociedad actual sin afectar las necesidades de las generaciones futuras (Larrouyet, M. C., 2015). La UNAM, como la gran institución que es en la formación de agentes de cambio, reconoce el enorme potencial que tiene para apoyar a la sociedad en la transición hacia la sustentabilidad, por lo que busca integrar este tema en los procesos de formación para cumplir con la responsabilidad social y ambiental que le impone su condición de institución pública.

En la materia Matemáticas se plantea la integración de la noción de sustentabilidad a través del planteamiento de problemas y ejercicios que involucren situaciones que permitan el análisis y la concientización de las grandes problemáticas que existen o se predicen para un futuro cercano como la contaminación, el calentamiento global, la escasez de agua, la sobrepoblación y la falta de alimentos, entre otras. Además, se puede plantear como trabajo final de cada semestre el desarrollo de proyectos que tengan que ver con este eje transversal y que se pueda modelar o resolver de manera creativa empleando algunas de las herramientas matemáticas abordadas en la materia. Para esto, se pueden analizar datos del Programa de Estaciones Meteorológicas del Bachillerato Universitario (PEMBU), Estaciones de Monitoreo Meteorológico de la CDMX, INEGI, UNESCO, entre otras.

Se debe hacer conciencia entre el alumnado que los problemas de sustentabilidad no solamente son de carácter global, sino que de manera local se pueden impulsar actos concretos que contribuyan a disminuir el impacto de la contaminación ambiental desde la escuela, con acciones sencillas como mantener los espacios limpios, minimizar el empleo excesivo de plásticos de un solo uso, cuidar el agua y la vegetación, el ahorro de energía y promover el uso del transporte sostenible para ir de la casa a la escuela.

La integración de estos ejes no solo responde a una demanda de actualización, sino que refleja la visión de la formación integral que ha caracterizado al Colegio, de tal forma que contribuye al Perfil de Egreso, al formar un alumnado consciente, comprometido y capaz de abordar los retos de una sociedad en constante evolución.

El Colegio se distingue, entre otras cosas, por formar a su alumnado para que esté en condiciones de aprovechar y utilizar cada oportunidad que se le presente, de actualizar, profundizar y enriquecer ese primer saber y hacer frente a un mundo en permanente cambio (*aprender a aprender*), para poder influir sobre su propio entorno (*aprender a hacer*), promover el desarrollo de un ser sensible, con un sentido estético, creativo, transformador, responsable, solidario, tratando de lograr el despliegue completo de la condición humana en toda su riqueza y en la complejidad de sus expresiones y de sus compromisos (*aprender a ser*). Una educación que permita al individuo la posibilidad de transformación estructural de la sociedad y no solo la posibilidad de modificar actitudes individuales frente al entorno.

Por lo anterior, el centro de los Programas de Estudio de Matemáticas son los aprendizajes del alumnado, donde los saberes se construyen, sus conceptos y métodos surgen de un proceso ligado a la resolución de problemas, actividad fundamental para lograr un ser analítico, lógico y crítico, donde se pone de manifiesto la comunicación y el diálogo en un ambiente de aprendizaje.

Los aprendizajes esenciales en los programas de Matemáticas quedan comprendidos en cinco ejes temáticos a lo largo de los cuatro primeros semestres: Álgebra, Geometría Euclidiana, Geometría Analítica, Trigonometría y Funciones.

## Ubicación de la materia de Matemáticas en el marco del mapa curricular

**Área:** Matemáticas.

**Asignaturas:** Matemáticas I, Matemáticas II, Matemáticas III y Matemáticas IV.

**Optativas:** Estadística y Probabilidad I, Estadística y Probabilidad II, Cálculo I, Cálculo II, Taller de Computo, Cibernética y Computación I y Cibernética y Computación II.

Semestre		Materias				
Primer	Matemáticas I	Taller de Cómputo	Química I	Historia Universal Moderna y Contemporánea I	Taller de Lectura, Redacción e Iniciación a la Investigación Documental I	Inglés I Francés I
Segundo	Matemáticas II	Taller de Cómputo	Química II	Historia Universal Moderna y Contemporánea II	Taller de Lectura, Redacción e Iniciación a la Investigación Documental II	Inglés II Francés II
Tercer	Matemáticas III	Física I	Biología I	Historia de México I	Taller de Lectura, Redacción e Iniciación a la Investigación Documental III	Inglés III Francés III
Cuarto	Matemáticas IV	Física II	Biología II	Historia de México II	Taller de Lectura, Redacción e Iniciación a la Investigación Documental IV	Inglés IV Francés IV
Quinto	Optativa	Filosofía I	Optativa	Optativa	Optativa	Optativa
Sexto	Optativa	Filosofía II	Optativa	Optativa	Optativa	Optativa

La materia de Matemáticas se ubica en el Área de Matemáticas, comprende cuatro asignaturas, de carácter obligatorio pertenecientes al tronco común, cubriendo semestralmente un total de ochenta horas de clase cada una. Esencialmente, contempla dos funciones para el alumnado, la apropiación de una cultura básica y una formación propedéutica a estudios posteriores.

Contribuye a la concepción del Área al proporcionar para su estudio conceptos y procedimientos que son sustento indispensable de otros más especializados, tanto al interior de la propia matemática como ubicados en otros campos del saber. Proporciona conocimientos para comprender y afrontar con mejores recursos diversas situaciones de carácter científico y de la vida cotidiana.

Fortalece el pensamiento matemático al promover en el alumnado el desarrollo de diversas habilidades intelectuales y estrategias, entre las que se encuentran comprender, utilizar e incluso construir relaciones de cantidad y de formas espaciales, manejar diversos recursos para resolver problemas; posibilita el uso de diversas representaciones, el establecimiento de conexiones, la adquisición de formas de razonamiento y enfatiza la necesidad de argumentar afirmaciones y de comunicar sus resultados.

Los cursos obligatorios de los cuatro primeros semestres se conciben como una unidad básica, cuya lógica de organización de contenidos responde a dos aspectos fundamentales: por un lado, interesa resaltar la unidad metodológica y conceptual de las matemáticas; y, por otro, responder a las necesidades didácticas de maduración paulatina de estructuras de pensamiento en el alumnado para lograr la adquisición cabal del conocimiento.

El contenido del programa se estructura en ejes temáticos que se van desplegando a lo largo de las cuatro asignaturas obligatorias, de manera que un contenido dado se retoma para ampliarlo y profundizarlo progresivamente, poniendo de manifiesto el proceso de construcción de los conceptos y procedimientos matemáticos, pero cuidando y propiciando a la vez el avance del conocimiento a partir de la actividad del alumnado, que desarrolla una disposición y forma de pensar en las que constantemente analiza y caracteriza diferentes tipos de relaciones, plantea conjeturas, utiliza distintos sistemas de representación, identifica similitudes y diferencias, reconoce patrones de comportamiento, establece conexiones, emplea varios argumentos y comunica resultados.

Aporta métodos de trabajo que buscan la sistematización del conocimiento, que, al ser adquiridos por el alumnado, dimensionan su valor funcional como herramienta, actual y potencial, tanto para la ciencia como para la vida diaria. Conocimientos que dan sustento a habilidades intelectuales que conforman la capacidad de construir interpretaciones de la realidad, y que pasan a formar parte indispensable de la cultura, al fortalecer la actitud y el desarrollo ordenado de la capacidad de razonamiento.

La materia es adecuada para promover una enseñanza de la matemática que cubre la cultura básica, pero también para fomentar la consolidación de los valores y destrezas que aportan al individuo habilidades para desenvolverse en la vida actual y apoyan el desarrollo de su pensamiento crítico. Una enseñanza de la matemática que reconozca al alumnado en sus potencialidades cognitivas, afectivas y estéticas, que colabore en la conformación de la persona como nivel superior del desarrollo psicológico y sociocultural.

Crea puentes para que el alumnado comprenda la importancia de tener un dominio de cada asignatura en su formación escolar. Es fundamental en el diseño y aplicación de estrategias didácticas que conllevan a un aprendizaje interdisciplinario y contribuye a utilizar los medios que proporcionan las TIC y las TAC, elementos indispensables para lograr una verdadera transversalidad.



Su desarrollo fomenta el análisis, la reflexión, el diálogo y la argumentación como herramientas que conducen a la relación sujeto-sujeto, donde el alumnado y el profesorado se rigen en la perspectiva de la inclusión, el respeto hacia todas las personas, a su sexualidad, identidad de género y hacia la naturaleza, como expresión potencial de una ciudadanía útil y comprometida con el mejoramiento de la vida en colectivo, de la comunidad y del país.

## **Relación con el área y con otras asignaturas**

La Orientación y Sentido del Área de Matemáticas señala que en la epistemología actual, se imponen consideraciones interdisciplinarias que nos obligan a considerar el sistema científico como no lineal, sino como una espiral sin fin (ENCCH, 2006, pág. 9). Este enfoque resalta la necesidad de comprender las múltiples interconexiones que existen entre sus elementos; por ello, esta perspectiva interdisciplinaria tiene implicaciones significativas en el Modelo Educativo del Colegio, donde se busca proporcionar al alumnado herramientas intelectuales que le permitan adquirir nuevos conocimientos y aplicarlos eficazmente en beneficio de la sociedad.

Es por esto que se reconoce la importancia fundamental de las matemáticas en el desarrollo científico, tecnológico y cultural de la sociedad actual, pues no se consideran solo como una disciplina aislada, sino como un componente esencial que permite la comprensión de las relaciones cuantitativas y las propiedades de los fenómenos naturales y sociales. Estas habilidades matemáticas se consideran esenciales para la formación del alumnado en los primeros cuatro semestres de su trayectoria académica dentro del Colegio.

Históricamente, las matemáticas han desempeñado un papel destacado tanto como “objeto de estudio” en sí mismas que como un “instrumento de conocimiento”; esto es no solo se utilizan para analizar y predecir el comportamiento de fenómenos naturales y sociales, sino que también se han convertido en una herramienta trascendental que ha impulsado avances significativos en diversas disciplinas. Este impacto no se limita a la aplicación directa de conceptos y procedimientos matemáticos, sino que se extiende a la exportación de técnicas, métodos y enfoques de trabajo matemáticos a otros campos del conocimiento, contribuyendo así al avance global del saber. También ha mantenido una estrecha relación con otras disciplinas científicas a lo largo de la historia, y en la actualidad, esta conexión se ha intensificado aún más, especialmente en el ámbito de procesos tecnológicos.

En el proceso de formación del pensamiento matemático se destaca la importancia de la interrelación entre los contextos en los que surgen y se aplican los conceptos matemáticos y la construcción de la teoría matemática en sí misma. Esto implica que el aprendizaje de las matemáticas no se limita a la adquisición de conocimientos abstractos, sino que también se relaciona estrechamente con

la aplicación práctica de esos conocimientos en situaciones concretas, muestra de esto es su relación con la asignatura de Taller de Cómputo, la cual se vincula directamente con el uso de fórmulas y funciones en la hoja electrónica de cálculo, sin que su relación se acote a esta herramienta. De aquí la importancia de la materia de Matemáticas, debido a que desempeña, también, un papel fundamental en la preparación del alumnado para abordar materias más avanzadas, como Cálculo I-II, Estadística y Probabilidad I-II y Cibernética y Computación I-II.

### **Su relación con otras asignaturas del área**

Las asignaturas de Matemáticas I-IV, a través de sus cinco ejes temáticos, brindan una base sólida en álgebra, geometría euclidiana, trigonometría, geometría analítica y funciones y su modelación, aportando conceptos esenciales para comprender y aplicar el cálculo diferencial e integral. Al llegar a Cálculo, el alumnado requiere de una comprensión profunda de las matemáticas para abordar el estudio de procesos de variación y acumulación, problemas de límites, derivadas e integrales, pero, sobre todo, debe de contar con habilidades de resolución de problemas, mismas que se han ido desarrollando desde su ingreso al Colegio y que servirán de base para que el alumnado se apropie de los conceptos, técnicas y procedimientos propios de estas asignaturas.

Por otro lado, los conceptos matemáticos fundamentales de la materia se consolidan en Estadística y Probabilidad, aportando una sólida comprensión de los conceptos numéricos, operaciones matemáticas y álgebra, necesarios para trabajar con datos, distribuciones y cálculos de probabilidad. Además, la capacidad de analizar y comprender datos se relaciona directamente con habilidades de resolución de problemas y razonamiento lógico desarrollado a lo largo de los cuatro semestres que le anteceden a esta materia.

Considerando que Cibernética y Computación basan su desarrollo en la lógica y el pensamiento algorítmico, los antecedentes que le proporciona la materia de Matemáticas son fundamentales, pues la programación y la resolución de problemas computacionales requieren de habilidades disciplinarias, tales como desarrollar algoritmos eficientes y comprender la lógica subyacente a ellos, que le permitirán al alumnado, abordar problemas de manera estructurada y lógica, traducido a un lenguaje de programación.

De esta manera, queda en evidencia la interconexión que existe entre estas materias y cómo forman una progresión natural que permite al alumnado desarrollar una comprensión sólida y aplicable de las matemáticas. Sin embargo, lo anterior no se limita al área, sino que permite a su vez relacionar la disciplina con las otras áreas del conocimiento contempladas en las aportaciones al Perfil de Egreso del CCH.

### **Relación con otras áreas del conocimiento**

La materia de Matemáticas también guarda relación con las otras áreas del conocimiento, pues desde el surgimiento del Colegio se buscó la integración de estos ante la necesidad de ofrecer al alumnado una educación sistemática, esencial y significativa y evitar así la presentación de contenidos fragmentados y sin sentido.

Al respecto, con el Área de Ciencias Experimentales se mantiene una estrecha relación, pues las matemáticas proporcionan las herramientas necesarias para cuantificar y analizar fenómenos naturales en las ciencias experimentales, permitiendo la representación matemática de leyes y relaciones fundamentales. Además, fomentan el desarrollo de habilidades de resolución de problemas, razonamiento lógico y abstracción, habilidades cruciales en la realización de experimentos y la interpretación de resultados en las disciplinas contenidas en dicha área.

Aunado a esto, las matemáticas sirven como un lenguaje universal que facilita la comunicación de conceptos científicos y la comprensión de fenómenos complejos en el ámbito de las Ciencias Experimentales.

La relación con el Área Histórico-Social se encuentra en la capacidad del pensamiento matemático para contribuir al desarrollo de habilidades de razonamiento lógico, argumentación y resolución de problemas, que son esenciales en la comprensión y el análisis de la historia, así como en la evaluación de datos y evidencia histórica. Desde su concepción, el Colegio ha enfatizado la importancia de la interdisciplinariedad y la conexión entre las áreas académicas. En este contexto, las matemáticas, al fomentar el pensamiento crítico y la capacidad de abstracción, preparan al alumnado para analizar eventos históricos, evaluar tendencias y patrones a lo largo del tiempo, y comprender las implicaciones socioeconómicas y políticas de estos. Esta habilidad para analizar datos y conceptos complejos es relevante tanto en el estudio de la historia como en la exploración de temas filosóficos, económicos, políticos y sociales, lo que subraya la importancia de estas asignaturas en la formación integral del alumnado dentro del Colegio.

Al hablar del desarrollo de habilidades dentro de la materia, es necesario reconocer que el razonamiento crítico y la resolución de problemas son habilidades que si bien se desarrollan en nuestras asignaturas, no se limitan a ellas, y es a través de estas habilidades que se establece la relación entre el Área de Talleres de Lenguaje y Comunicación y Matemáticas, que buscan desarrollar habilidades de comunicación y pensamiento crítico entre el alumnado, al fomentar la capacidad de abstracción, el pensamiento lógico y el pensamiento estructurado; contribuyen así al desarrollo de una mente analítica y al razonamiento claro. Estas habilidades son transferibles a la comunicación efectiva y al análisis de textos literarios, ya que permiten a nuestro alumnado comprender y desglosar

conceptos complejos, argumentar de manera coherente y expresar sus ideas de manera concisa.

En consonancia con los propósitos del CCH, es evidente que las asignaturas de Matemáticas I-IV desempeñan un papel crucial en la formación integral del alumnado. Esta relación se destaca a través de la interconexión con las áreas de Ciencias Experimentales, Histórico-Social y Talleres de Lenguaje y Comunicación. Las matemáticas, al promover el razonamiento lógico, la resolución de problemas y la comunicación efectiva, contribuyen de manera significativa al desarrollo de habilidades esenciales en todas las áreas del conocimiento. La transversalidad de estas habilidades resulta fundamental para alcanzar el Perfil de Egreso que el propio Colegio se ha propuesto, que busca formar individuos capaces de abordar desafíos académicos y profesionales en una variedad de disciplinas. Esta relación interdisciplinaria fortalece la educación de nuestra institución al fomentar una comprensión más profunda e integral del conocimiento, lo que a su vez prepara a nuestra comunidad estudiantil para un mundo cada vez más interconectado y en constante evolución.

## **Enfoque disciplinario y didáctico**

### **Enfoque disciplinario**

La enseñanza de la matemática en el Colegio debe atender sus principios educativos: *aprender a aprender, aprender a hacer y aprender a ser*, con lo cual se contribuye a la construcción de la cultura básica de la disciplina que se pretende en el Perfil de Egreso. Esto significa que el alumnado necesita desarrollar habilidades para continuar aprendiendo por su propia cuenta; analizar, interpretar y transformar el mundo que le rodea, al tiempo que desarrolla valores como la solidaridad, la honestidad, la tolerancia, la equidad y el respeto a los demás.

Para ello, el alumnado necesita experimentar ambientes de aprendizaje centrados en su propia actividad, en los que se enfatice la comprensión de una problemática determinada, la importancia de trabajar con el rigor y la formalidad propios del nivel bachillerato, la propuesta de soluciones, la implementación de dichas propuestas y la interpretación de los resultados en un entorno colaborativo, en el que todos aportan con el fin último de lograr una mejora colectiva.

En ese sentido es importante considerar que en el CCH la matemática se concibe como una disciplina que:

- a. Posee un carácter dual.** Es tanto una ciencia como una herramienta. Como ciencia, su estudio admite titubeos, conjeturas y aproximaciones, al igual que rigor, exactitud y formalidad. Como herramienta, constituye un poderoso instrumento que contribuye con técnicas, procedimientos, métodos y teorías a la obtención de conocimientos y sus aplicaciones en diversos campos del saber, tanto humanístico como científico y tecnológico.

En el aula, es posible promover esta visión planteando situaciones de aprendizaje en las que el alumnado perciba la necesidad de detectar patrones, establecer relaciones, operar aritmética, algebraica o geoméricamente, así como elaborar conjeturas y argumentar de manera rigurosa. También puede ser útil recurrir al desarrollo histórico de la matemática, mostrando cómo la disciplina se ha construido en respuesta a necesidades e inquietudes que surgen dentro de un determinado contexto histórico-social, avanzando, precisamente, a través de titubeos y conjeturas que posteriormente son dotadas de rigor y formalidad.

- b. Manifiesta una gran unidad.** La matemática cuenta con una diversidad de ramas y especialidades, entre las que podemos contar la aritmética, la geometría, el álgebra o el análisis funcional, y no son pocos sus vínculos con otras disciplinas como la física o la química. Sin embargo, existe la percepción errónea de que estas ramas se encuentran aisladas unas de otras: por ello es necesario que el alumnado observe los vínculos entre ellas, cómo se complementan y posibilitan el análisis de objetos y problemáticas desde distintos ángulos.

Esto es importante, por lo menos, por dos razones: la primera es en esa riqueza de relaciones donde reside buena parte del potencial de la disciplina, y la segunda, se sabe que el establecimiento de este tipo de conexiones contribuye al desarrollo de aprendizajes significativos.

- c. Es un lenguaje** con un conjunto de simbologías propias, bien estructuradas, sujetas a reglas específicas, con las que es posible establecer representaciones de distinto nivel de generalidad sobre características, propiedades, relaciones y comportamientos. Ello contribuye a avanzar en su construcción como ciencia y a extender el potencial de sus aplicaciones.

Como se ha hecho mención en otros apartados, la materia de Matemáticas está estructurada en cinco ejes temáticos: Álgebra, Geometría Euclidiana, Geometría Analítica, Trigonometría y Funciones. Es importante señalar que el estudio de cada uno de ellos no se limita a una asignatura: los ejes temáticos permean toda la materia y de esa manera es necesario abordarlos desde las cuatro asignaturas, empleando para ello el nivel y el enfoque que resulte pertinente en cada momento.

### **Enfoque didáctico**

Las ideas recién expuestas llevan a la necesidad de dejar atrás diversas nociones tradicionales en cuanto a la enseñanza de la matemática: en lugar de una clase en la que el profesorado funge como poseedor de conocimientos que alumnos y alumnas deben recibir pasivamente, es necesario que el alumnado se convierta en el actor central: jóvenes que participan activamente en la construcción de sus propios conocimientos. Así, la labor del profesorado de matemática en el CCH implica el diseño y la generación de un ambiente de aprendizaje en el que

florezca este protagonismo estudiantil y su actividad generadora de conocimientos y habilidades diversas, de las que se pueden mencionar el razonamiento, reflexión, análisis y manejo de tecnologías, entre otras.

Esto conlleva a un enfoque didáctico propio del Colegio, que tiene como columna vertebral la resolución de problemas: utilizar situaciones problemáticas cuidadosamente seleccionadas que resulten intelectualmente estimulantes para el alumnado y le inviten a reflexionar. Se puede trabajar con: I) problemas del mundo real, para su modelación; II) problemas hipotéticos, que consideran contextos reales, pero con datos que no son obtenidos de la realidad; y III) problemas matemáticos que existen solamente en el ámbito puramente matemático (Barrera Mora y Santos Trigo, 2002).

El profesorado debe tener presente que para que el alumnado pueda abordar las actividades, necesita adquirir ciertos conocimientos y desarrollar determinadas habilidades mínimas, que le permitan comprender el problema en cuestión, sugerir y discutir propuestas de solución, individual y colectivamente, y llegar a resolverlo.

Este enfoque puede ser útil en la formación de ciudadanos responsables y que participan en el desarrollo de la sociedad. Se sabe que la solución de problemas y la modelación ayudan a entender mejor el mundo y apoyan el aprendizaje matemático; además, fomentan una adecuada visión de la matemática (Blum, 2011; Kaiser, 2018). Más aún: puede promover el trabajo grupal, el diálogo entre pares y entre profesorado y alumnado, apoyar la construcción de vínculos fomentando el trabajo en equipo, la solidaridad y la aceptación de la corresponsabilidad en el proceso educativo, donde unos aprenden de otros, favoreciendo el desarrollo de habilidades para aprender a aprender, aprender a hacer y aprender a ser.

Ahora bien, considerar la resolución de problemas como metodología didáctica no consiste simplemente en enfatizar esta actividad para dar “sentido” a una serie de conceptos y métodos que son previamente expuestos por el profesorado: estos deben surgir como necesidad en la etapa de comprensión de situaciones problemáticas, su solución y su generalización.

No debe suponerse que el alumnado ya es capaz de resolver problemas. Muchos abordan esta actividad en forma caótica y con descuido, por lo que, aparte de ser una metodología didáctica, la resolución de problemas debe contemplarse como objeto de aprendizaje: el alumnado necesita desarrollar herramientas de resolución de problemas, lo cual debe recibir atención en el aula; al respecto puede ser conveniente que el profesorado proporcione ayudas para que sus alumnos y alumnas transiten en forma organizada y creativa por el proceso. Estas ayudas son contempladas por autores como Pólya y Schoenfeld como estrategias heurísticas.

Pólya considera que en la actividad de resolución de problemas, profesores y profesoras deben inducir al alumnado a transitar por las siguientes etapas:

- a. **Comprensión del problema.** Mediante preguntas como: ¿cuáles son los datos?, ¿cuáles son las incógnitas?, ¿qué condiciones se deben satisfacer entre datos e incógnitas?, ¿es posible que estas condiciones se puedan satisfacer?
- b. **Trazar un plan.** Mediante preguntas y sugerencias como: ¿puede reducir el presente problema a uno que sabe resolver?, recurra a las definiciones para plantear el problema en términos más operativos. Considere la condición en partes y observe la forma en que varía el elemento que se desea encontrar conforme a cada una de las partes, y vea si esto le es útil para resolver el problema; trace un diagrama que ilustre las relaciones entre datos e incógnita y vea si esto le ayuda en la resolución del problema; considere casos particulares y vea si estos siguen un patrón; considere un problema análogo. Por ejemplo, en geometría, reducir dimensiones y trazar líneas auxiliares, considerar casos extremos y ver cómo ajustar a las condiciones originales; ¿conoce algún resultado o método que le pueda ser útil en el presente problema?; considere qué datos son necesarios para encontrar lo buscado y ver si estos aparecen en el planteamiento del problema; si no, repetir el procedimiento para el dato o datos no presentes hasta que arribe a datos presentes en el problema.
- c. **Ejecución del plan.** Sugiriendo el monitoreo del procedimiento escogido: justificando cada uno de los pasos, valorando el avance logrado a fin de seguir o cambiar de plan.
- d. **Retrospección.** Con sugerencias como: reflexione sobre lo realizado y piense si el método o la solución puede aplicarse en nuevos problemas; intente inventar otros problemas donde el procedimiento de solución sea el mismo; intente pensar en una situación práctica donde el problema pueda aplicarse; piense cómo el problema puede generalizarse.

Esta forma de proceder debe ser inducida primeramente con el planteamiento de estas sugerencias y preguntas por parte del profesorado, hasta que alumnas y alumnos lo hagan de manera independiente.

Por su parte, Schoenfeld (1985) ha señalado que aunque las recomendaciones de Pólya son ciertamente útiles, no son suficientes, y propone un estudio más profundo del proceso de resolución de problemas.

### **Consideraciones sobre el proceso de solución de problemas: comprensión, matematización, metacognición, creencias**

Analizar dicho proceso requiere prestar atención a ciertos elementos. El primero de ellos, la comprensión matemática, lo define Duval (1999) afirmando que alguien comprende un objeto matemático cuando lo reconoce en, al menos, dos formas de representación (lenguaje natural, tabular, algebraico y gráfico) y puede hacer la conversión entre ellas.

Un segundo elemento es la matematización: el proceso de llevar los datos de un contexto determinado al lenguaje matemático.

El tercer elemento es la metacognición (el proceso por el que una persona razona acerca de su propio razonamiento). Este es fundamental en la resolución de problemas, y, al igual que la modelación y la comprensión, deben recibir atención en el salón de clases.

Schoenfeld (1985), además, señala cuatro dimensiones que influyen en el proceso de resolver problemas:

- 1) **El dominio del conocimiento**, que se refiere a la importancia de la comprensión matemática y sus procedimientos.
- 2) **Las estrategias cognitivas**, que incluyen métodos heurísticos como descomponer el problema en casos simples, invertir el problema y dibujar diagramas, examinar problemas equivalentes y modificados.
- 3) **Las estrategias metacognitivas**, relacionadas con el monitoreo empleado en la solución del problema, el entendimiento del problema, la consideración de varias formas posibles en la solución y la selección de una de ellas, el monitoreo del procedimiento y la decisión de cuándo cambiarlo, la revisión del proceso de solución y la importancia del trabajo colaborativo.
- 4) **El sistema de creencias**, que se refiere a las ideas, muchas veces “erróneas”, que el alumnado tiene acerca de la matemática y la solución de problemas: que es una actividad solitaria, que existe una única forma de resolver un problema, que tiene poco que ver con el mundo real, entre otras.

Retomando las propuestas de Schoenfeld (1987), se pueden mencionar algunas técnicas para promover la metacognición del alumnado:

- a) Propiciar en el aula condiciones que permitan abordar la matemática con el rigor y la formalidad propias de la disciplina en el nivel medio superior, con sus formas de trabajo características: buscar patrones y regularidades, modelar, resolver problemas, formular conjeturas, entre otras actividades.
- b) Que el profesorado modele procesos heurísticos y metacognitivos.
- c) Debates sobre problemas con la dirección del profesorado .
- d) Resolución de problemas en pequeños grupos, donde unos aprendan de otros.
- e) Apoyo con preguntas como: ¿qué estás haciendo exactamente?, ¿puedes escribirlo con precisión?, ¿por qué lo haces?, ¿cómo encaja en la solución? ¿cómo te ayuda?

Para Stillman (2011), desarrollar la metacognición en el alumnado requiere que profesoras y profesores implementemos prácticas que motiven la reflexión, y no proporcionemos soluciones acabadas o definitivas. Además, es necesario identificar las dificultades que enfrenta el alumnado, mismas que pueden producir bloqueos en el proceso; estas pueden ser ocasionadas por falta de reflexión, por conocimientos incompletos o incorrectos o requerir la modificación de esquemas.



Las observaciones anteriores se presentan buscando que el profesorado reflexione acerca de los supuestos teóricos y perciba la necesidad de profundizar el estudio y la investigación de la pedagogía en resolución de problemas.

La presentación de las temáticas y sus correspondientes aprendizajes se organiza de manera que el alumnado progrese de lo más sencillo a lo más complejo. Este enfoque se logra mediante una cuidadosa gradación y secuenciación de los contenidos; la gradación asegura que cada nuevo concepto se base en los conocimientos previos, permitiendo al alumnado asimilar y comprender gradualmente cada asignatura y en consecuencia la materia en su conjunto. La secuenciación, por otro lado, organiza los temas de manera lógica y coherente, facilitando la construcción de generalizaciones a medida que se avanza en su aprendizaje. Esto permite el desarrollo de una comprensión profunda y sólida de los conocimientos matemáticos.

### **El uso de tecnología**

La tecnología puede constituir una poderosa herramienta para lograr aprendizajes con comprensión en matemáticas; si está disponible, es conveniente emplearla. Sin embargo, es importante que no termine siendo un mero sustituto del pizarrón, en un ambiente tradicional donde el profesorado expone y el alumnado atiende. Se requiere, en cambio, que su uso lleve a la reflexión, al planteamiento de conjeturas, a la detección de patrones, a la eficiencia de procesos mecánicos, y que sea el propio alumnado quien trabaje con ella, desarrollando y ejercitando dichas habilidades (entre muchas otras) en un contexto de resolución de problemas. En nuestros días, el fácil acceso a distintas aplicaciones (que incluyen software libre como GeoGebra, MathCityMap, PhotoMath, etcétera), puede y debería aprovecharse para enriquecer las clases de matemáticas en el Colegio.

### **Concreción en la materia de los principios del Modelo Educativo del Colegio: *aprender a aprender, aprender a hacer, aprender a ser***

El Modelo Educativo del Colegio de Ciencias y Humanidades se ha destacado por ser diferente e innovador; sus principios de *aprender a aprender, aprender a hacer y aprender a ser* han sido el pilar de las acciones que se llevan a cabo en el proceso de enseñanza aprendizaje, de esta forma se propicia que el alumnado sea sujeto responsable de su propio aprendizaje; por ello, es necesario comprender cómo estos principios se concretan en la materia de Matemáticas.

### ***Aprender a aprender***

En el Colegio se busca dotar al alumnado de un pensamiento matemático, más allá de ser un simple repetidor de contenidos o conocimientos memorísticos y enciclopédicos, que sea autónomo y se responsabilice de su propio aprendizaje.

Bajo esa concepción, la matemática en el Colegio privilegia la resolución de problemas: se busca que el alumnado haga conjeturas, establezca conexiones, utilice diversas representaciones, analice, sintetice, intente procedimientos diversos para encontrar las soluciones, investigue en distintas fuentes, trabaje en equipo y en grupo, discuta y argumente las diferentes alternativas para la solución a un problema, comunique de manera oral y/o escrita sus resultados con el rigor matemático que se requiere a nivel bachillerato.

La materia desarrolla habilidades de pensamiento que permiten al alumnado adquirir por cuenta propia nuevos conocimientos, analizar e interpretar el mundo que los rodea.

### ***Aprender a hacer***

El alumnado utiliza conceptos y procedimientos, opera con estructuras, numerales y símbolos, combinando reglas y estrategias, estima resultados posibles, percibe relaciones, distingue lo relevante de lo irrelevante, lo común de lo diferente, invierte una secuencia de operaciones o proceso de pensamiento, resuelve problemas utilizando diferentes heurísticas para llegar a la solución, percibe esquemas geométricos en otros más complejos y desarrolla una visión espacial. A la vez, adquiere habilidades en el uso de tecnologías digitales. Esto puede enriquecerse con el diseño y promoción de proyectos y actividades dentro y fuera del aula que generan productos innovadores y útiles para la comunidad.

### ***Aprender a ser***

El alumnado comprende la importancia de aplicar la matemática con un sentido humanista, con valores éticos y morales, responsabilizándose de sus resultados y lo que ello implica en la ecología social, respetando las leyes y reglamentos vigentes. Integrando la matemática como un conjunto de conocimientos del que forman parte otras disciplinas, se fomenta en el alumnado una visión más general en donde la matemática es otra más de las ciencias y herramientas que coadyuvan en el mejoramiento del mundo en su conjunto. Valora la importancia de la tecnología como herramienta que contribuye al desarrollo de las matemáticas y de la ciencia en general y extiende a la práctica actitudes y valores en la utilización de ésta.

En términos generales, se pretende fomentar que el alumnado utilice sus conocimientos previos, aplique sus habilidades y destrezas, al tiempo que adquiere nuevas habilidades. Además, se busca promover la integridad ética, moral y cívica, la colaboración y el respeto, para enaltecer a la persona tanto en

lo individual como en lo social. Asimismo, se fomenta la equidad de género, garantizando que el alumnado tenga igualdad de oportunidades y respeto en su desarrollo personal y académico.

## **Contribución de la materia de Matemáticas al Perfil del Egreso**

La creación del Colegio de Ciencias y Humanidades abrió un nuevo paradigma educativo basado en los principios de *aprender a aprender*, *aprender a hacer* y *aprender a ser*, y en un enfoque pedagógico centrado en el alumnado y su aprendizaje.

Ahora, en el siglo XXI, el alumnado enfrenta nuevos retos, tanto en el ámbito escolar como en su posterior inserción en actividades profesionales; en una sociedad de acelerado acceso a la información y creciente avance tecnológico, es necesario que el trabajo en el aula favorezca el desarrollo de habilidades que contribuyan a formar a un ser capaz de aprender por sí mismo, que logre un desarrollo integral que contribuya a su formación ciudadana, con una actitud crítica ante la realidad y una cultura básica que le capacite para estudios posteriores, al tiempo que construye valores como la solidaridad, la honestidad, la tolerancia, la equidad social, de género, económica, ambiental, entre otros, y el respeto a los demás.

Matemáticas, como uno de los elementos medulares en la formación del alumnado, contribuye al Perfil de Egreso en los siguientes aspectos:

- Aplicar y adaptar una variedad de estrategias heurísticas para resolver problemas.
- Utilizar su conocimiento matemático: álgebra, geometría euclidiana, geometría analítica, trigonometría y funciones en la resolución de problemas en contextos que lo requieran.
- Valorar y apreciar la resolución de problemas como metodología generadora de conocimiento.
- Utilizar diversas formas de razonamiento de tipo analógico, inductivo y deductivo y ser consciente de la certidumbre e incertidumbre de los resultados de estos.
- Elaborar conjeturas, construir argumentos de forma oral y escrita para validar o refutar los de terceros, en un ambiente de tolerancia y respeto.
- Incorporar a su lenguaje y modos de sistematización y argumentación habituales, diversas formas de representación matemática (numérica, tabular, gráfica, geométrica y algebraica) para comunicar sus ideas y consolidar su pensamiento matemático.
- Utilizar tecnologías para la búsqueda de información relevante y su sistematización.

- Utilizar estas tecnologías de forma ética y responsable, para favorecer la adquisición y creación de conocimientos.
- Adquirir el hábito de la lectura y comprensión de textos científicos, tanto escolares como de divulgación matemática, para aumentar su bagaje cultural y en consecuencia ampliar sus capacidades comunicativas.
- Valorar las aportaciones de las matemáticas en todos los campos del saber.
- Exponer y aplicar sus conocimientos matemáticos en distintos contextos, con una auto percepción de seguridad.
- Valorar la dimensión tecnológica y científica de los conocimientos adquiridos.

El desarrollo de los cursos de Matemáticas, junto con otras disciplinas, contribuye a formar un alumnado que se inserte en la sociedad como un ser colaborativo, reflexivo y crítico, capaz de contribuir con sus conocimientos y capacidades a la búsqueda grupal de soluciones de diversos problemas de su ámbito escolar y social. Al integrar conocimientos, habilidades y valores, el alumnado adquiere una perspectiva humanística y científica en la resolución de problemas vinculados con el medio ambiente, la sustentabilidad y la equidad en todas sus gamas.

## Propósitos generales de la materia

Al concluir los cursos de Matemáticas I a IV, el alumnado será capaz de emplear una cultura básica que le facilite acceder a conocimientos más especializados y desenvolverse efectivamente en situaciones problemáticas de la vida cotidiana. Esto se alcanzará mediante el desarrollo de la capacidad de análisis-síntesis en la resolución de problemas y la comprensión de conceptos matemáticos, reflejando la congruencia con el Modelo Educativo del Colegio y sus principios, así como con la contribución del área al Perfil de Egreso.

Se entiende por cultura básica matemática el conjunto de conocimientos, habilidades intelectuales y destrezas que permitan el logro de lo anterior.

Particularmente, al finalizar la materia Matemáticas el alumnado será capaz de:

- **Consolidar el pensamiento matemático** con la perspectiva de generar sentido y actividad creativa en la resolución de problemas para el desarrollo de habilidades en álgebra, geometría euclidiana y trigonometría, ampliando el conocimiento algebraico con la inclusión del estudio de la geometría analítica al incorporar el lenguaje algebraico a las ideas geométricas, así como el estudio de funciones, para crear las bases de las asignaturas especializadas de quinto y sexto semestre.
- **Desarrollar los pensamientos inductivo y deductivo**, a través de actividades de exploración, verificación y justificación, empleando diferentes estrategias heurísticas, registros de representación y herramientas tecnológicas que tiene a su alcance, para incrementar sus formas de argumentación en la resolución de problemas.

- **Generar ideas, procedimientos, heurísticas, estrategias de aprendizaje**, que le permitan trabajar con el nivel de rigor y formalidad matemáticos propios del nivel bachillerato, para avanzar con éxito en sus estudios posteriores y en su vida cotidiana.
- **Manejar un lenguaje matemático formal** apropiado para comunicar sus ideas de manera verbal y escrita, argumentar, así como establecer conexiones entre diversos conceptos, procedimientos o métodos, permitiendo aplicar sus conocimientos en diversos contextos.
- **Fomentar el trabajo en equipo** como la forma de dinamizar la construcción del conocimiento en el contexto de la resolución de problemas, a través de la adquisición de actitudes y valores éticos, tales como la libre y consciente disposición al trabajo, la responsabilidad social compartida, el respeto a la expresión de las ideas y la estimulación de la conciencia solidaria, para contribuir a la formación integral del alumnado.
- **Fomentar el reconocimiento** de las potencialidades cognitivas, afectivas y estéticas, para promover la formación de un ser humano pensante y crítico, en contraposición a una educación mecanicista, en la que la enseñanza de la matemática se reduce usualmente a aprender algoritmos carentes de significados.

## Panorama general de las unidades

	Matemáticas I	Matemáticas II	Matemáticas III	Matemáticas IV
Unidad 1	30 hrs.	15 hrs.	15 hrs.	25 hrs.
	El significado de los números y sus operaciones básicas	Ecuaciones cuadráticas	Elementos de trigonometría	Noción del concepto de función y funciones polinomiales
Unidad 2	15 hrs.	15 hrs.	10 hrs.	15 hrs.
	Variación directamente proporcional y funciones lineales	Funciones cuadráticas y aplicaciones	Elementos básicos de geometría analítica	Funciones racionales y funciones con radicales
Unidad 3	15 hrs.	25 hrs.	20 hrs.	20 hrs.
	Ecuaciones de primer grado con una incógnita	Elementos básicos de geometría plana	La recta y su ecuación cartesiana	Funciones exponenciales y logarítmicas
Unidad 4	20 hrs.	25 hrs.	15 hrs.	20 hrs.
	Sistemas de ecuaciones lineales	Congruencia, semejanza, teorema de Tales y teorema de Pitágoras	La parábola y su ecuación cartesiana	Funciones trigonométricas
Unidad 4			20 hrs.	
			La circunferencia, la elipse y sus ecuaciones cartesianas	
Total	80 hrs.	80 hrs.	80 hrs.	80 hrs.



# Matemáticas I





## PRESENTACIÓN DE LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS I

**E**l programa de la asignatura de Matemáticas I está enfocado principalmente a la revisión y estudio de los conceptos básicos de aritmética y álgebra, como: los números y su significado; la ecuación de primer grado con una incógnita; sistemas de ecuaciones lineales y sus procedimientos de solución; el tratamiento algebraico de la variación directamente proporcional y función lineal. Conceptos que serán profundizados y extendidos en los tres siguientes cursos del tronco común, sin descuidar la perspectiva de que éstos sirven de sustento y están relacionados con conceptos y procedimientos de los otros ejes temáticos. No se trata de incluir contenidos de estos temas por sí mismos, sino en función de una metodología propia y de la relación que éstos guardan con otras áreas de conocimiento (interdisciplinario), sin dejar de lado la formación para la ciudadanía, perspectiva de género, sustentabilidad y aplicación de las tecnologías de la información y comunicación.

En niveles escolares anteriores se ha trabajado con el tránsito de la aritmética al álgebra; en esta asignatura se retoma mediante la resolución de problemas atendiendo así a la complejidad cognitiva de este proceso.

En el curso se incluye una primera unidad centrada en dar sentido a los diferentes tipos de números; sus operaciones básicas y a la creación de sus referentes concretos en una actividad de resolución aritmética de problemas con estrategias que ayuden al desarrollo de la capacidad de análisis y síntesis, hasta llegar a la expresión algebraica de procedimientos generales de cálculo, recreando así un primer acercamiento al lenguaje algebraico.

En la segunda unidad se inicia el estudio del concepto de función de manera intuitiva y problemáticas asociadas a él. El concepto de variación permite el estudio de las funciones y el uso del plano cartesiano, entretejiéndolos con el manejo de representaciones diversas (verbal, algebraica, tabular y gráfica) para estudiar fenómenos que involucran cambio. La construcción de modelos de variación se asocia con habilidades para explorar y visualizar patrones numéricos, gráficos o simbólicos y construir representaciones de funciones. Con relación a la recreación del lenguaje algebraico, la temática permite avanzar en su comprensión al introducir el significado de la literal como cantidad variable y la representación algebraica de la relación de dependencia entre dos variables.

En la tercera unidad se estudian ecuaciones lineales con una incógnita y en la cuarta sistemas de ecuaciones lineales de  $2 \times 2$  y  $3 \times 3$ ; con ello se avanza en el significado de las expresiones algebraicas y su estatus como sistema de signos mediadores del pensamiento en la actividad de resolución de problemas. Es importante que se comprenda la riqueza de la estrategia algebraica que permite, al alumnado, establecer relaciones entre cantidades conocidas y desconocidas, así como modelar diferentes situaciones y hacer las interpretaciones de las representaciones matemáticas a diversos contextos.

Más que la repetición de ejercicios que aparentan responder a un desglose exhaustivo de casos, se pretende analizar la estructura básica de ellos y buscar cómo pasar de una situación nueva a otra que ya se conoce.

La resolución de problemas como estrategia fundamental de aprendizaje permite revisar los contenidos a través de problemas de diversa índole, dando contextos a los conceptos y referentes que facilitan la comprensión de los aprendizajes propuestos en las unidades del curso. Así también, esta estrategia es importante para enfocar actividades propias de las matemáticas y modelar fenómenos del mundo real; con ello se crean oportunidades para que el estudiantado pueda extraer conjeturas, reflexiones, generalizaciones y construir un entendimiento firme en matemáticas. Se recomienda hacer extractos de lecturas que incluyen tópicos matemáticos relacionados con elementos culturales diversos propios, para fomentar los ejes transversales, así como el hábito de la lectura, la participación, el debate, tolerancia, respeto y la confianza en sí mismo.

## **Propósitos del curso**

Al finalizar el curso de Matemáticas I, a través de las diversas actividades encaminadas al desarrollo de habilidades y a la comprensión de conceptos y procedimientos, el alumnado:

- Conocerá y manejará algunas estrategias para la resolución de problemas.
- Dará significado a los algoritmos de las operaciones básicas y al manejo de la jerarquía de las operaciones.
- Logrará el tránsito de la aritmética al álgebra.
- Reconocerá que la resolución algebraica de ecuaciones involucra un proceso que permite reducir una ecuación dada a otra equivalente.
- Desarrollará su capacidad de transitar por distintos registros de representación: verbal, tabular, algebraico gráfico.
- Resolverá problemas que dan lugar a una ecuación de primer grado con una incógnita, y sistemas de ecuaciones lineales.
- Utilizará las representaciones verbales, algebraicas, gráfica y tabular para estudiar fenómenos que involucran variación directamente proporcional y de tipo lineal.
- Utilizará las representaciones algebraica y gráfica para modelar situaciones con funciones lineales y sistemas de ecuaciones.
- Será capaz de resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita y sistemas de ecuaciones lineales.
- Reconocerá cuándo un sistema de ecuaciones es consistente o inconsistente.
- La asignatura está organizada en cuatro unidades, como sigue:

## Contenidos temáticos

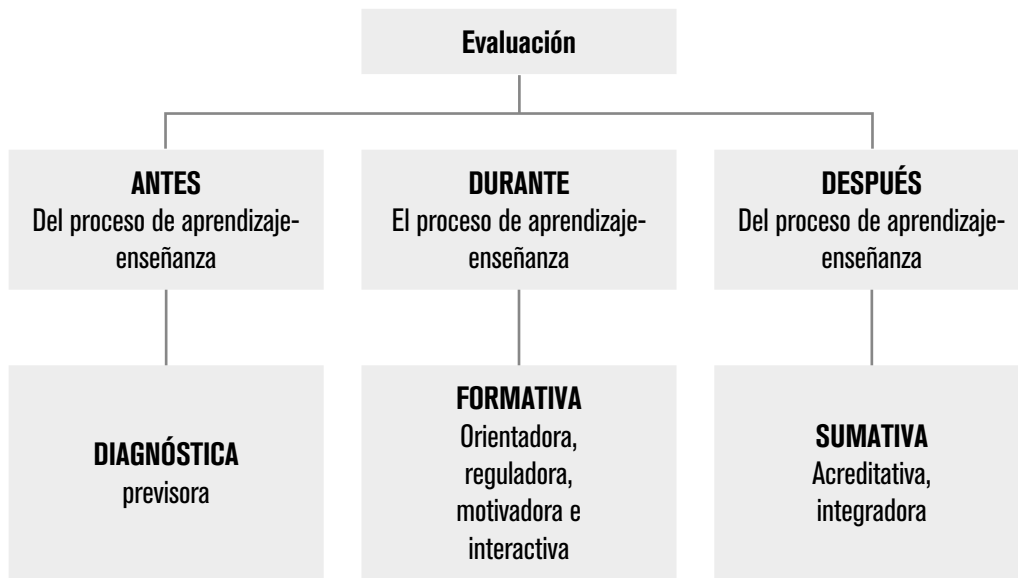
Unidad	Título de la unidad	Horas
1	El significado de los números y sus operaciones básicas.	30
2	Variación directamente proporcional y funciones lineales.	15
3	Ecuaciones de primer grado con una incógnita.	15
4	Sistemas de ecuaciones lineales.	20

## Evaluación

Es necesario considerar que la evaluación es el proceso de recolección y análisis de evidencias sobre el desarrollo y logro de los aprendizajes, y de todo lo que influye en ellos como el desempeño discente y profesorado, y la efectividad de las actividades y adecuación del ambiente, donde se fomenten valores como el respeto, la tolerancia, empatía, honestidad y solidaridad.

Para lograrlo se requiere el uso de diferentes instrumentos tanto para la recolección de la información como para su análisis. Es importante destacar que la evaluación y la calificación son procesos diferentes con objetivos diametralmente opuestos, por lo que se vuelve importante destacar que el objetivo de la evaluación es conocer lo que sucede en nuestra aula y lograr la mejora de los aprendizajes a través de la retroalimentación, la cual atañe al alumnado como al profesorado.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación, siempre con referencias y comentarios personales. Bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales) para recopilar la opinión de estudiantes sobre el ambiente, el desempeño profesorado y la efectividad de las actividades. Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación, para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. No se considera presentar ejemplos de estos instrumentos en el presente programa para evitar limitar la libertad profesorado, pero se pueden consultar en documentos como *Evaluación del y para el aprendizaje a distancia: Recomendaciones para profesorado s de educación media y superior* (CUAIEED, 2021).



\* Fuente: Jorba, J., & Casellas, E. (Edits.). (1997). *Estrategias y técnicas para la gestión social del aula. La regulación y la autorregulación de los aprendizajes* (vol. 1). Madrid, España: Editorial Síntesis/Instituto de Ciencias de la Educación.

# UNIDAD 1. EL SIGNIFICADO DE LOS NÚMEROS Y SUS OPERACIONES BÁSICAS

## Presentación de la unidad

En esta primera unidad del curso de Matemáticas I se pretende que el alumnado comprenda el significado de los números y sus operaciones básicas mediante el desarrollo de diferentes actividades, donde trabajará con los números naturales, enteros, racionales e irracionales, y comprenderá que los números reales están conformados por todos los anteriores.

Para el caso de los números racionales, se pretende que conozca sus diferentes representaciones y sean capaces de transitar entre cada una de éstas en la resolución de problemas.

En las operaciones con números racionales en su forma de fracción como el cociente de dos enteros, con denominador diferente de cero, se busca que el alumnado utilice el concepto de fracción equivalente para realizar la suma o resta, y que sea capaz de comprender y en su caso deducir los algoritmos para estas operaciones.

En el caso del mínimo común múltiplo y el máximo común divisor, se presenta como un aprendizaje aparte, no porque esté aislado de los demás, sino porque estos dos conceptos se pueden utilizar para que el alumnado resuelva problemas donde tenga que analizar la información y elegir el concepto y procedimiento adecuado para obtener la solución. El concepto de mínimo común múltiplo también se podrá utilizar para reforzar los aprendizajes relacionados con la suma y resta con fracciones de diferente denominador.

Continuando con las fracciones, se pretende que el alumnado dé sentido a las operaciones de multiplicación, división, potenciación y radicación, mediante la solución de problemas que impliquen una sola operación, y posteriormente con otros que involucren más operaciones.

En esta unidad el alumnado también explora diversas situaciones que le permitan observar un patrón en un conjunto de números, observar la relación entre éstos y proponer otros más y, finalmente obtener la expresión que represente su generalidad.

Durante el desarrollo de esta unidad se recomienda proponer actividades que fomenten la participación del alumnado en forma individual, en equipo y grupal, con la guía del profesorado, con el uso de tecnología donde sea adecuado, y en un ambiente de tolerancia, respeto y equidad con perspectiva de género.

## Carta descriptiva

Propósito	Tiempo
<p><b>Al finalizar la unidad, el alumnado:</b></p> <p>Operará con los números reales y resolverá problemas aritméticos, aplicando algunas heurísticas para facilitar la comprensión, la búsqueda de un plan de resolución y su ejecución, con la finalidad de que se apropie de los conocimientos y habilidades básicas para iniciarse en el uso del lenguaje algebraico para expresar la generalidad (transición de la aritmética al álgebra).</p>	30 hrs.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p><b>El alumnado:</b></p>		<p>Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el alumnado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella debe promover respeto y equidad entre los participantes.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Comprende el significado de los números naturales.</p> <p>Comprende el significado de los números enteros.</p> <p>Comprende el significado de los números racionales.</p> <p>Comprende el significado de los números irracionales.</p> <p>Comprende el significado de los números reales.</p> <p>Comprende y utiliza el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor en la resolución de problemas.</p>	<p>Significado de los números:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Naturales <math>N</math></li> <li>• Enteros <math>Z</math></li> <li>• Racionales <math>Q</math></li> <li>• Irracionales <math>I</math></li> <li>• Reales. <math>R</math></li> </ul> <p>Mínimo común múltiplo (m.c.m.), Máximo Común Divisor (M.C.D.).</p>	<p>El alumnado, con la guía del profesorado, discute y argumenta acerca del significado de los números, y su surgimiento como una necesidad de expresar la medida de una magnitud a través de haber especificado una unidad de medida (no se trata de exponer el significado puramente matemático de lo que es un número, sino a través de algunos de sus significados concretos).</p> <p>Retomar esta necesidad y aprovecharla para subrayar la transversalidad con historia y filosofía en actividades de geometría y operaciones básicas. El alumnado realiza actividades en forma individual, por equipo o grupal, propuestas por el profesorado, por ejemplo, plantear actividades de construcción y estimación:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La unidad cabe un número exacto de veces en la magnitud por medir (número natural).</li> <li>• La unidad no cabe un número exacto de veces, pero sí una subunidad (número racional en sus diferentes representaciones).</li> <li>• La unidad no cabe un número exacto de veces ni tampoco cualquier subunidad (número irracional), apoyado con construcciones y utilizando software de geometría dinámica.</li> </ul> <p>Para el significado de los números negativos, enfrentar al alumnado con problemas que impliquen cantidades no absolutas, por ejemplo: temperaturas, pesos relativos, alturas, pérdidas, ganancias que impliquen el establecimiento de un cero relativo.</p> <p>También se puede conceptualizar a los números negativos como la ausencia o falta de elementos, y al cero como la ausencia total de los mismos.</p> <p>El alumnado, con la guía del profesorado, discute y argumenta para que comprenda que, para describir algunas características medibles de los objetos y fenómenos de su entorno, basta con el uso de los números naturales, enteros, racionales e irracionales, y que en su conjunto constituyen los números reales.</p> <p>El alumnado se enfrenta a problemas que impliquen mínimo común múltiplo y máximo común divisor.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Utiliza las diversas representaciones de un número racional, en problemas aritméticos y en situaciones en contexto.</p> <p>Transita entre las diversas representaciones de un número racional, en problemas aritméticos y en situaciones en contexto.</p>	<p>Representaciones de un número racional y conversión entre sus equivalencias:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fracción (parte de un todo).</li> <li>• Decimal, con y sin periodo.</li> <li>• Porcentaje</li> <li>• Representación gráfica.</li> </ul>	<p>El alumnado, con la guía del profesorado, analiza y resuelve problemas que involucren el uso de números en sus diferentes representaciones; por ejemplo: decimal, porcentaje, fracción y su representación gráfica utilizando el tránsito entre unas y otras.</p> <p>El alumnado utiliza la recta numérica para ubicar números en distintas representaciones y observar su equivalencia.</p>
<p>Compara dos cantidades haciendo uso de las representaciones de un número racional.</p>	<p>Relación de orden en:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Misma representación.</li> <li>• Distinta representación.</li> <li>• Fracciones equivalentes.</li> </ul>	<p>El alumnado realiza actividades donde observe que multiplicar por 1 a cierta cantidad, no modifica a esta cantidad, y que el 1 se puede escribir de varias formas como,</p> $\frac{2}{2} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{4}{4}$ <p>etcétera, lo que facilitará la comprensión y obtención de fracciones equivalentes.</p> <p>El alumnado discute problemas que impliquen <math>\frac{p}{q}</math> con como la comparación <math>q \neq 0</math> entre dos cantidades.</p> <p>El alumnado utiliza las fracciones equivalentes para comparar números racionales con distinto denominador.</p> <p>El alumnado representa números racionales, empleando diferentes formas: recta numérica, número decimal, en fracción, porcentaje y compara magnitudes.</p>



Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Opera con los números racionales en los casos de una sola operación. Opera con los números racionales en los casos de una secuencia de operaciones.</p>	<p>Operaciones de suma, resta, multiplicación y división.</p>	<p>El alumnado resuelve problemas que involucren la suma o resta de dos números racionales con diferente denominador, utilizando fracciones equivalentes. Posteriormente, se agregan más sumandos. El alumnado deduce el algoritmo para la suma o resta de números racionales.</p> $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$ <p>El alumnado realiza ejercicios lúdicos para la discusión de jerarquía de operaciones. Utilizar el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor para simplificar operaciones. El alumnado resuelve problemas que involucren números racionales que no se simplifican a un entero, como cálculo de áreas, uso de un diagrama para descubrir la regla de la multiplicación; posteriormente, resuelve problemas de distinto contexto bajo la dirección del profesorado, reflexionando sobre si tal forma de operar depende de dicho contexto. Para el caso de la división, se propone que el alumnado a partir de la comparación de dos números racionales determine cuantas veces cabe uno en el otro.</p>
<p>Opera con potencias y radicales.</p>	<p>Operaciones con potencias: exponentes positivos, negativos y fraccionarios.</p>	<p>A partir de la observación de ejemplos con multiplicaciones repetidas, el alumnado obtiene las leyes de los exponentes con potencias enteras de la misma base. A partir de lo anterior generaliza para los exponentes racionales. Para corroborar la generalización, el profesorado propone al alumnado que realice algunos cálculos mediante la calculadora o un software.</p>
<p>Traduce relaciones contextuales en operaciones entre números racionales (enteros y no enteros) y las resuelve.</p>	<p>Significado contextual de las operaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Planteamiento de problemas que implican una sola operación.</li> </ul> <p>Suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Planteamiento de problemas que implican más de una operación.</li> </ul>	<p>El alumnado, de forma individual, en equipo y/o grupal, resuelve problemas que impliquen una sola operación con números en sus distintas representaciones y posteriormente una secuencia de operaciones.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Resuelve problemas aritméticos en varios contextos.	Problemas de aplicación.	<p>El alumnado resuelve problemas de aplicación que involucren:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Relaciones entre áreas, porcentajes, así como entre dos magnitudes de distinta clase que varían conjuntamente.</li> <li>• Por ejemplo: tiempo que emplea un móvil en recorrer una distancia dada, desplazándose a una rapidez constante, porcentaje de una cantidad; el porcentaje de un porcentaje y su relación con el total; relación porcentual entre una parte y el total; dada la cantidad que representa un porcentaje encontrar el total.</li> <li>• Relaciones entre distancia, velocidad y tiempo; distancia, eficiencia en kilometraje por litro de combustible y volumen de combustible; masa, densidad y volumen; fuerza, área y presión.</li> <li>• Es importante en la etapa de retrospcción plantear actividades que impliquen la inversión de procesos, de generalización de los métodos, así como buscar métodos alternativos de solución.</li> <li>• Se sugiere que el profesorado plantee al alumnado una serie de problemas que consistan en expresar simbólicamente generalizaciones.</li> </ul>

## Evaluación

El profesorado realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del alumnado sobre el ambiente, el desempeño profesorado y la efectividad de las actividades, se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes y proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

## Diagnóstica

Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado, necesarios para abordar el significado de los números y sus operaciones básicas.

**Formativa**

Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado, para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.

**Sumativa**

Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con el significado de los números y sus operaciones básicas.

**Referencias****Para el alumnado****Básicas**

Ángel, A. (2008). *Álgebra intermedia*. 7ª. ed. Pearson.

Galdós, L. (1999). *Matemáticas*. Cultura.

Smith, S., Charles R., Dossey J., Keedy M., y Bittinger M., (2001). *Álgebra*. Pearson

**Complementarias**

Difanis P., Butts, T. y Shaughnessy M. (1988). *Álgebra con aplicaciones*. Harla.

Alanís, L. (2012) *Matemáticas I: Solución de problemas reales*. Ediciones Quinto Sol.

**Para el profesorado****Básicas**

Miller, Ch., Heeren, V. y Hornsby, J. (2013). *Matemática: razonamiento y aplicaciones*. 12ª. ed. Pearson/Addison Wesley.

Oteyza, E., Lam, E., Hernández, C. y Carrillo, A. (2006). *Álgebra*. Prentice-Hall Hispanoamericana.

**Complementarias**

Polya, G. (1981). *Cómo plantear y resolver problemas*. 1ª ed., 9ª reimpresión. Trillas.

Swokowski, E. y Cole, J. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. Cengage.

CUAIEED, CIGU, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la perspectiva de género (PEG) en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. <http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como-incorporar-la-perspectiva-de-genero.pdf>

CUAIEED, COUS, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la sustentabilidad en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. [http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como\\_incorporar\\_la\\_sustentabilidad\\_2.pdf](http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como_incorporar_la_sustentabilidad_2.pdf)

DGTIC, UNAM. (2021). *Guía digital para la utilización de TAC (Tecnologías para el Aprendizaje y el Conocimiento) en diferentes áreas de conocimiento*. UNAM.

**Nota.** Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad profesorado. Algunos pueden encontrarse en plataformas institucionales: Red Universitaria de Aprendizaje, Portal Académico del CCH, BiDi UNAM, además de otros recursos digitales como Geogebra o Khan Academy.

## UNIDAD 2. VARIACIÓN DIRECTAMENTE PROPORCIONAL Y FUNCIONES LINEALES

### Presentación de la unidad

**P**ara iniciar el estudio de la variación entre dos cantidades junto con la idea de relación funcional, la modelación es una herramienta importante que permite al alumnado involucrarse con la idea intuitiva de función lineal y distinguir cuándo se trata de una variación directamente proporcional.

En esta unidad se espera que el alumnado comprenda las relaciones entre variables a través de problemas prácticos, que involucren situaciones de la vida cotidiana, de tal modo que sea capaz de transitar entre las distintas representaciones: tabular, gráfica, verbal o algebraica; que desarrolle la capacidad de distinguir si una variación lineal es directamente proporcional, comprendiendo las diferencias significativas entre ambos conceptos, identifique situaciones en la que la relación entre las variables corresponda a una función lineal, reconozca la razón de cambio constante y la ordenada al origen como característica distintiva de estas funciones, e interprete de manera significativa los valores específicos de una función lineal relacionándolos con los contextos de la situación de estudio.

La discusión en equipos de los problemas de matemáticas como estrategia básica, permite al alumnado la construcción social de su propio conocimiento, metodología indispensable cuando se pretende que el alumnado comprenda conceptos abstractos como son las funciones, la transición entre distintas representaciones, entre otros, lo cual permite el aprendizaje significativo de estos conceptos.

Finalmente, el alumnado podrá aplicar sus conocimientos al mundo real al modelar situaciones cotidianas con funciones lineales.

## Carta descriptiva

Propósito	Tiempo
<p><b>Al finalizar la unidad el alumnado:</b></p> <p>Analizará y modelará situaciones que involucren la variación entre dos cantidades, los casos en que estas sean proporcionales y cuando la razón de sus incrementos lo sean, utilizando los registros verbal, tabular, gráfico y algebraico, con la finalidad de que se inicie en el estudio de la variación, la idea de relación funcional, sus conceptos asociados y continúe con la comprensión del lenguaje algebraico como la representación de la generalidad.</p>	15 hrs.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<b>El alumnado:</b>		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el alumnado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado ; que contemple la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Identifica las variables y su relación en una situación dada.	Variación entre dos magnitudes.  Variables independiente y dependiente.	El alumnado, con la guía del profesorado , aborda problemas que involucren variación y los discute en equipos. Investiga situaciones que impliquen variación entre dos magnitudes y la dependencia entre ellas en una situación dada. Analiza y discute en equipo con sus pares diversas situaciones para identificar variables y su relación.
Calcula e interpreta la razón de cambio.	Razón de cambio.	El alumnado aborda problemas que involucren variación y los discute en equipo, para distinguir sus diferentes tipos. Analiza y discute de forma individual, en equipo o grupal con sus pares la razón de cambio en distintas situaciones.  Estudia y explica la razón de cambio en distintas situaciones.
Transita entre las distintas representaciones (verbal, algebraica, tabular, y gráfica) de diferentes tipos de variación.	Variación lineal $y=ax+b$ Variación directamente proporcional. $y=ax+b$ , con $b=0$ Representaciones tabulares, gráfica, verbal y algebraica de la variación.	El alumnado aborda problemas que involucran variación y los discute en equipo. Discute con sus pares acerca de distintas representaciones de situaciones dadas. Transita entre registros de representación, comprendiendo y explicando las características de cada uno de ellos y su relación.  El alumnado discute la continuidad o discreción de las variables, en particular en el uso de la gráfica y la tabla en diferentes situaciones. Considera en los casos continuos los datos no registrados en la tabla.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Reconoce cuando la relación entre dos variables corresponde a variación directamente proporcional.	Variación directamente proporcional.	El alumnado aborda problemas y los discute en equipo. Investiga y compara situaciones donde la variación es directamente proporcional y cuando no lo es. Explica las características de una variación directamente proporcional. Ejemplifica situaciones con variación directamente proporcional. El alumnado aborda problemas y los discute en equipo. Discute la variación que se da entre las magnitudes de una situación dada.
Modela situaciones cotidianas con funciones lineales.	Función lineal.	El alumnado, con la guía del profesorado, aborda problemas y los discute en equipo. Investiga y discute las características de una función. Estudia y explica las características que distinguen una función lineal (noción intuitiva), incluida la razón de cambio y la condición inicial. El alumnado transita de la representación gráfica a la expresión algebraica de la función lineal y viceversa. El alumnado propone y analiza situaciones que se pueden modelar con una función lineal.
Reconoce la razón de cambio constante como característica de la función lineal.		
Reconoce e interpreta la condición inicial.		

## Evaluación

El profesorado realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del alumnado sobre el ambiente, el desempeño profesorado y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales), portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación, para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes y proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

### **Diagnóstica**

Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado, necesarios para abordar las variaciones, lineal y directamente proporcional.

### **Formativa**

Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado, para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.

### **Sumativa**

Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con las variaciones, lineal y directamente proporcional.

## **Referencias**

### **Para el alumnado**

#### **Básicas**

Oteyza, E., Lam, E., Hernández, C. y Carrillo, A. (2006). *Álgebra*. Prentice-Hall Hispanoamericana.

Cuellar J. A. (2015). *Matemáticas 1*. 4ª ed. Mc. Graw-Hill.

Kaufmann J., Schwitters K. (2018). *Álgebra elemental*. Cengage Learning.

#### **Complementarias**

Alanis, L. (2012). *Matemáticas I: Solución de problemas reales*. Ediciones Quinto Sol.

### **Para el profesorado**

#### **Básicas**

Miller, Ch., Heeren, V. y Hornsby, J. (2013). *Matemática: razonamiento y aplicaciones*. 12ª. ed. Pearson/Addison Wesley.



### Complementarias

Oteyza, E., Lam, E., Hernández, C. y Carrillo, A. (2006). *Álgebra*. Prentice-Hall Hispanoamericana.

CUAIEED, CIGU, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la perspectiva de género (PEG) en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. <http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como-incorporar-la-perspectiva-de-genero.pdf>

CUAIEED, COUS, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la sustentabilidad en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. [http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como\\_incorporar\\_la\\_sustentabilidad\\_2.pdf](http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como_incorporar_la_sustentabilidad_2.pdf)

DGTIC, UNAM. (2021). *Guía digital para la utilización de TAC (Tecnologías para el Aprendizaje y el Conocimiento) en diferentes áreas de conocimiento*. UNAM.

**Nota.** Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad profesorado. Algunos pueden encontrarse en plataformas institucionales: Red Universitaria de Aprendizaje, Portal Académico del CCH, BiDi UNAM, además de otros recursos digitales como Geogebra o Khan Academy.

## **UNIDAD 3. ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA**

### **Presentación de la unidad**

En esta unidad se pretende que el alumnado comprenda el concepto de ecuación y los procedimientos algebraicos que llevan a su resolución, bajo la metodología didáctica de trabajar problemas en diversos contextos. Tal comprensión implica una relación estrecha con aprendizajes previos, tales como las propiedades numéricas, la búsqueda de patrones y la relación entre variables modeladas mediante una función lineal, con el fin de construir significados y justificar los procesos de resolución algebraica. De esta forma se favorece la habilidad de traducir diversas situaciones problemáticas al lenguaje algebraico y que se manifiestan en las acciones de plantear la ecuación de primer grado con una incógnita, así como de la interpretación del resultado.

La resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita va más allá de la ejecución de ejercicios algorítmicos; se busca que el alumnado aplique reflexivamente las propiedades de la igualdad y las numéricas, así como la plena comprensión del concepto de ecuaciones equivalentes, para arribar mediante transformaciones algebraicas a determinar el valor de la incógnita. Es necesario que el trabajo en el aula promueva la comprobación y evaluación de los procedimientos y resultados, a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

La riqueza y variedad de situaciones factibles de representarse algebraicamente, mediante modelos lineales y que se estudian en otras materias como la física, la química, la economía, entre otras, facilitan la integración del conocimiento por parte del alumnado y promueven la valoración del álgebra como una herramienta versátil en el estudio de diversos fenómenos. Es necesario que el profesorado promueva un ambiente de trabajo que enfatice la perspectiva de género, el uso de tecnologías de la información y el aprendizaje, así como la propuesta de situaciones problemáticas que resalten los efectos de la actividad humana en el ambiente y en la sociedad.

## Carta descriptiva

Propósito	Tiempo
<p><b>Al finalizar la unidad el alumnado:</b></p> <p>Modelará y resolverá problemas contextualizados que conduzcan a una ecuación de primer grado con una incógnita, esto lo hará manipulando algebraicamente el modelo, con la finalidad de que la representación algebraica sea una herramienta en la resolución de tales situaciones.</p>	15 hrs.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<b>El alumnado:</b>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el alumnado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella debe promover respeto y equidad entre los participantes.</li> </ul>
Comprende el concepto de ecuación en el contexto de resolución de problemas.	<p>Lenguaje algebraico.</p> <p>La ecuación como la condición simbólica que debe satisfacer la incógnita en un problema.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El alumnado aborda problemas que se pueden modelar con ecuaciones lineales con una incógnita y los discute en equipos.</li> <li>• El alumnado verbaliza su propuesta para resolver un problema, por ejemplo, móviles de física, mezclas de química, entre otros. Posteriormente, simboliza algebraicamente este proceso.</li> <li>• A partir de una situación (problema en lenguaje común) el alumnado lo traduce al lenguaje algebraico.</li> <li>• Analiza casos concretos y los relaciona con patrones generales.</li> </ul>
Traduce un problema que involucre una función lineal e interpreta situaciones específicas.	La ecuación como la expresión simbólica de un estado específico de una función lineal.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El alumnado aborda problemas que se pueden modelar con funciones lineales y los discute en equipos.</li> <li>• Dada una situación que se modele con una función lineal, el alumnado plantea el problema de encontrar el valor de una de las variables dado el valor de la otra.</li> </ul>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Resuelve ecuaciones de primer grado con una incógnita, empleando las reglas de transposición o las propiedades de la igualdad.	Resolución de una ecuación de primer grado con una incógnita. Ecuaciones equivalentes. Propiedades de la igualdad.  Propiedades de los números reales.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El alumnado, con ayuda del profesorado, a través de la analogía del equilibrio de una balanza, encuentra la solución de la ecuación de primer grado.</li> <li>• El alumnado ejercita la aplicación de las propiedades estudiadas.</li> <li>• El alumnado compara las soluciones de ecuaciones equivalentes.</li> <li>• El alumnado comprueba la resolución algebraica y evalúa su proceso, discutiendo posibles errores.</li> <li>• El profesorado propone fórmulas de otras áreas que den lugar a ecuaciones lineales (velocidad, perímetro, temperatura) para que el alumnado despeje diferentes incógnitas.</li> </ul>
Resuelve problemas que se modelen con una ecuación lineal con una incógnita.	Aplicación de ecuaciones de primer grado en la resolución de problemas.	Una vez que el alumnado comprenda el procedimiento para determinar la solución de la ecuación de primer grado, se propone que en equipo enfrente la resolución de problemas que se modelan con este tipo de ecuaciones.

## Evaluación

El profesorado realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del alumnado sobre el ambiente, el desempeño profesorado y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales), portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes y proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación, a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

## Diagnóstica

Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado, necesarios para abordar las ecuaciones de primer grado con una incógnita.

**Formativa**

Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.

**Sumativa**

Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con las ecuaciones de primer grado.

**Referencias****Para el alumnado****Básicas**

Miller, Ch., Heeren, V. y Hornsby, J. (2013). *Matemática: razonamiento y aplicaciones*. 12<sup>a</sup>. ed. Pearson/Addison Wesley.

Ángel, A. (2008). *Álgebra intermedia*. 7<sup>a</sup>. ed. Pearson Educación.

**Complementarias**

Sullivan, M. (1997) *Precálculo*. 4a ed. Prentice-Hall Hispanoamericana.

Difanis P, Butts, T y Shaughnessy M. (1988). *Álgebra con aplicaciones*. Harla.

Swokowski, E. y Cole, J. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. Cengage.

Smith, S., Charles R., Dossey J., Keedy M., y Bittinger M., (2001). *Álgebra*. Pearson.

**Para el profesorado****Básicas**

Miller, Ch., Heeren, V. y Hornsby, J. (2013). *Matemática: razonamiento y aplicaciones*. 12<sup>a</sup>. ed. Pearson/Addison Wesley.

Ángel, A. (2008). *Álgebra intermedia*. 7<sup>a</sup>. ed. Pearson.

Sullivan, M. (1997). *Precálculo*. 4<sup>a</sup>. ed. Prentice-Hall Hispanoamericana.

Swokowski, E. y Cole, J. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. 13<sup>a</sup> ed. Cengage.

### Complementarias

- Pólya, G. (1981). *Cómo plantear y resolver problemas*. 1ª ed., 9ª reimpresión. Trillas.
- CUAIEED, CIGU, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la perspectiva de género (PEG) en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. <http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como-incorporar-la-perspectiva-de-genero.pdf>
- CUAIEED, COUS, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la sustentabilidad en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. [http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como\\_incorporar\\_la\\_sustentabilidad\\_2.pdf](http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como_incorporar_la_sustentabilidad_2.pdf)
- DGTIC, UNAM. (2021). *Guía digital para la utilización de TAC (Tecnologías para el Aprendizaje y el Conocimiento) en diferentes áreas de conocimiento*. UNAM.

**Nota.** Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad profesorado. Algunos pueden encontrarse en plataformas institucionales: Red Universitaria de Aprendizaje, Portal Académico del CCH, BiDi UNAM, además de otros recursos digitales como Geogebra o Khan Academy.

## UNIDAD 4. SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

### Presentación de la unidad

En la última unidad del curso de Matemáticas I se pretende que el alumnado comprenda los conceptos fundamentales concernientes a los sistemas de ecuaciones lineales, tales como sistemas de ecuaciones, ecuaciones equivalentes, sistemas equivalentes, y la solución de un sistema; para lograr tal comprensión se requiere de conocimientos previos como lo son el uso correcto de diversas representaciones de un número, propiedades numéricas, plantear situaciones del lenguaje común al algebraico y al gráfico, operaciones con expresiones algebraicas y la resolución de una ecuación lineal con una incógnita; con la finalidad de modelar y resolver problemas que conduzcan a sistemas de ecuaciones lineales de orden  $2 \times 2$  y  $3 \times 3$ , para avanzar en la utilización algebraica a través de diferentes métodos de resolución, bajo la metodología didáctica de resolución de problemas.

La temática de sistemas de ecuaciones lineales de orden  $2 \times 2$  y  $3 \times 3$ , va más allá de dominar los métodos algebraicos de igualación, sustitución y suma o resta, por lo que se busca que el alumnado, además de modelar y resolver, debe también analizar, reflexionar e interpretar la solución que obtiene tanto en el contexto matemático como en el contexto de aplicación a una situación real, en sus tres posibilidades: única, infinitas o sin solución.

Es necesario que el trabajo en el aula promueva la comprobación y evaluación de los procedimientos y resultados, a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado. Asimismo, es importante que el profesorado fomente la inclusión y la equidad de género, donde se propongan problemas interdisciplinarios que incluyan la importancia del papel de la mujer en el desarrollo de las matemáticas y/o el cuidado del medio ambiente. Además, generar un ambiente de aprendizaje en el que el alumnado se sienta valorado y motivado a participar.

## Carta descriptiva

Propósito	Tiempo
<p><b>Al finalizar la unidad el alumnado:</b></p> <p>Modelará y resolverá problemas contextualizados que conduzcan a sistemas de ecuaciones lineales de orden <math>2 \times 2</math> y <math>3 \times 3</math>, a fin de que se avance en la utilización de la representación algebraica, a través de los diferentes métodos de resolución.</p>	20 hrs.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p><b>El alumnado:</b></p>		<p>Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el alumnado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella debe promover respeto y equidad entre los participantes.</p>
<p>Comprende que existe una infinidad de soluciones que satisfacen la condición ante un problema que lleve a una ecuación lineal con dos incógnitas.</p>	<p>Soluciones de una ecuación lineal con dos incógnitas, como una condición específica de una función lineal.</p>	<p>El alumnado, con la guía del profesorado, aborda problemas que se pueden modelar con ecuaciones lineales con dos incógnitas y los discute en equipos. El alumnado, a partir de problemas que conduzcan a una ecuación lineal con dos incógnitas, plantea su modelo algebraico para que encuentre las soluciones. El alumnado realiza el registro de las soluciones en una tabla, centrando la atención sobre la manera de obtener el valor de una de las incógnitas a partir de los valores de la otra. El alumnado transita del registro tabular al gráfico y, guiado por el profesorado, participa en la discusión sobre la identificación de un patrón gráfico y si éste es útil para encontrar otras soluciones no registradas en las tablas.</p>



Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Resuelve gráficamente problemas que se modelen mediante un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.	Método gráfico.	<p>El alumnado aborda problemas que se pueden modelar con dos ecuaciones lineales con dos incógnitas y los discute en equipos.</p> <p>El alumnado, con la guía del profesorado, analiza y resuelve a través de la estrategia de tratar cada una de las ecuaciones por separado, llevando a discusión la interpretación del punto de intersección de las dos gráficas obtenidas.</p>
Comprende el tipo de solución de un problema a partir del comportamiento gráfico de las rectas.	Sistemas consistentes e inconsistentes.	Analiza problemas que llevan a rectas paralelas, equivalentes o que se intersectan.
Comprende el concepto de sistemas equivalentes de ecuaciones lineales.	Sistemas equivalentes de ecuaciones lineales.	El alumnado explica el concepto de sistemas equivalentes y su utilidad para simplificar sistemas.
Resuelve sistemas de ecuaciones lineales $2 \times 2$ , seleccionando el método más adecuado.	<p>Métodos algebraicos:</p> <p>Igualación.</p> <p>Sustitución.</p> <p>Reducción (suma o resta).</p>	<p>El alumnado aborda problemas que se pueden modelar con sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas y los discute en equipos.</p> <p>El alumnado investiga y explica (incluyendo ejemplos) los diferentes métodos de solución.</p> <p>El alumnado elige el método más adecuado para resolver sistemas de ecuaciones, y los utiliza para encontrar la solución.</p> <p>El alumnado analíticamente reconoce si un sistema de ecuaciones tiene una solución, no tiene ninguna o cuenta con una infinidad de ellas.</p>
Resuelve problemas que dan lugar a un sistema de ecuaciones lineales de orden $2 \times 2$ .		El alumnado resuelve problemas de diferentes disciplinas y contextos, por ejemplo, del hogar, comercio, ciencia, ingenierías, política, etcétera, que sean modelables con sistemas de ecuaciones lineales de orden $2 \times 2$ .

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Resuelve problemas que se modelan con un sistema de ecuaciones lineales $3 \times 3$ .	Sistemas de ecuaciones lineales $3 \times 3$ .	El alumnado modela situaciones que conducen a un sistema de ecuaciones $3 \times 3$ . El alumnado, con la guía del profesorado, resuelve sistemas de ecuaciones lineales utilizando algún método algebraico que lo lleve a obtener un sistema de ecuaciones lineales equivalentes.

## Evaluación

El profesorado realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del alumnado sobre el ambiente, el desempeño profesorado y la efectividad de las actividades, se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales), portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes y proyectos, entre otros instrumentos. Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

## Diagnóstica

Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado, necesarios para abordar sistemas de ecuaciones lineales.

## Formativa

Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado, para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.

## Sumativa

Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con abordar sistemas de ecuaciones lineales.

## Referencias

### Para el alumnado

#### Básicas

- Angel, A. (2008). *Álgebra intermedia*. 7ª. ed. Pearson.
- Baldor, A. (2008). *Álgebra*. 2ª. ed. Patria.
- Oteyza, E., Lam, E., Hernández, C. y Carrillo, A. (2006). *Álgebra*. Prentice-Hall Hispanoamericana.
- Rumbos, I., Avella, d., Reyes, M., Possani, E., Lupercio, E., Gómez y R., Prieto, C. (2017) *Álgebra elemental*. Trillas.
- Smith, S., Charles R., Dossey J., Keedy M., y Bittinger M., (2001). *Álgebra*. Pearson.

#### Complementarias

- Miller, Ch., Heeren, V. y Hornsby, J. (2013). *Matemática: razonamiento y aplicaciones*. 12ª. ed. Pearson/Addison Wesley.
- Sullivan, M. (1997) *Precálculo*. 4ª. ed. Prentice-Hall Hispanoamericana.

### Para el profesorado

#### Básicas

- Angel, A. (2008). *Álgebra intermedia*. 7ª. ed. Pearson.
- Galdós, L. (1999). *Matemáticas*. Cultural.
- Oteyza, E., Lam, E., Hernández, C. y Carrillo, A. (2006). *Álgebra*. Prentice-Hall Hispanoamericana.
- Rumbos, I., Avella, D., Reyes, M., Possani, E., Lupercio, E., Gómez & R., Prieto, C. (2017). *Álgebra elemental*. Trillas.
- Smith, S., Charles R., Dossey J., Keedy M. y Bittinger M., (2001). *Álgebra*. Pearson.

#### Complementarias

- Miller, Ch., Heeren, V. y Hornsby, J. (2013). *Matemática: razonamiento y aplicaciones*. 12ª. ed. Pearson/Addison Wesley.
- Swokowski, E. y Cole, J. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. Cengage.

CUAIEED, CIGU, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la perspectiva de género (PEG) en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. <http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como-incorporar-la-perspectiva-de-genero.pdf>

CUAIEED, COUS, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la sustentabilidad en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. [http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como\\_incorporar\\_la\\_sustentabilidad\\_2.pdf](http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como_incorporar_la_sustentabilidad_2.pdf)

DGTIC, UNAM. (2021). *Guía digital para la utilización de TAC (Tecnologías para el Aprendizaje y el Conocimiento) en diferentes áreas de conocimiento*. UNAM

**Nota.** Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad profesorado. Algunos pueden encontrarse en plataformas institucionales: Red Universitaria de Aprendizaje, Portal Académico del CCH, BiDi UNAM, además de otros recursos digitales como Geogebra o Khan Academy.



# Matemáticas II



## PRESENTACIÓN DE LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS II

**L**as unidades que se trabajan en este curso corresponden a los ejes de álgebra, funciones y geometría euclidiana. En ecuaciones cuadráticas se revisan conceptos y procedimientos que serán el fundamento en la mayoría de los cursos de Matemáticas del Colegio, además de establecer una liga con el tema de funciones cuadráticas al vincularse estrechamente en sus características particulares. El resto del curso está dedicado a temas de geometría euclidiana que, mediante el manejo del método deductivo, se favorece la argumentación y el razonamiento lógico necesario, tanto en el campo de las matemáticas como en otras disciplinas, en el marco de la resolución de problemas.

De manera más amplia, la secuencia de aprendizajes correspondientes al estudio de la ecuación y la función cuadrática permite, por un lado, avanzar en el concepto de función, al introducir un nuevo tipo de variación que conlleva conceptos como concavidad y simetría. Por otro lado, la relación entre las dos primeras unidades enriquece ambas temáticas y contribuye a la formación de significados sobre la resolución de distintos tipos de ecuaciones.

En el caso de la geometría euclidiana, ésta ayuda al alumnado a describir los objetos y sus partes de acuerdo con sus formas, dimensiones y propiedades; contribuye de manera significativa a favorecer un pensamiento reflexivo cuando el alumnado, en un primer momento, explora, identifica propiedades y relaciones que puede enunciar en proposiciones generales, construye y proporciona argumentos que validen dichas proposiciones, y, finalmente, establece relaciones entre ellas por la vía deductiva, sin llegar a un rigor axiomático propio de estudios más especializados.

Así, las unidades correspondientes al eje de geometría euclidiana contemplan las etapas de exploración, deducción y aplicación, mismas que permiten establecer un equilibrio entre lo formal y empírico de la enseñanza de la geometría a nivel bachillerato. En consecuencia, en la unidad “Elementos básicos de geometría plana”, se pretende que el alumnado explore, observe patrones de comportamiento, conjeture y comience a argumentar, mientras que en la unidad de “Congruencia, semejanza, teorema de Tales y teorema de Pitágoras”, a partir del conocimiento básico de estos conceptos, se introduce al alumnado al razonamiento deductivo y a la comprensión de la importancia de la demostración.

Se recomienda hacer extractos de lecturas que incluyen tópicos matemáticos relacionados con elementos culturales diversos, propios para fomentar los ejes transversales, así como el hábito de la lectura, la participación, el debate, la tolerancia, el respeto y la confianza en sí mismo

## Propósitos del curso

Al finalizar el segundo curso de matemáticas, a través de las diversas actividades encaminadas al desarrollo de habilidades y a la comprensión de conceptos y procedimientos, el alumnado:

- Adquirirá la capacidad para resolver ecuaciones cuadráticas por diferentes métodos y los aplicará en la resolución de problemas.
- Avanzará en la comprensión del concepto de función, distinguirá las diferencias y similitudes entre las funciones lineales y cuadráticas. Modelará con estas últimas algunas situaciones de variación cuadrática y de optimización.
- Incrementará su capacidad de resolver problemas, al incorporar estrategias y procedimientos para realizar construcciones geométricas y para comprender o proporcionar argumentos que justifican un enunciado.
- Percibirá que existe una estructura en los conocimientos de la Geometría Euclidiana y que ésta estudia figuras y cuerpos presentes en su entorno.
- Identificará relaciones y patrones de comportamiento en diversas situaciones o problemas geométricos, y a partir de esto establecerá conjeturas o inferirá algunas conexiones entre resultados.
- Valorará la importancia de proporcionar una argumentación como la vía que otorga validez al conocimiento geométrico.
- Transitará entre los diferentes registros de representación de los conceptos matemáticos para una mejor comprensión.
- Aplicará conceptos, procedimientos y resultados de la Geometría Euclidiana para resolver problemas.
- Usará herramientas tecnológicas como apoyo para una mejor comprensión de los temas.



La asignatura está organizada en cuatro unidades, como sigue:

### Contenidos temáticos

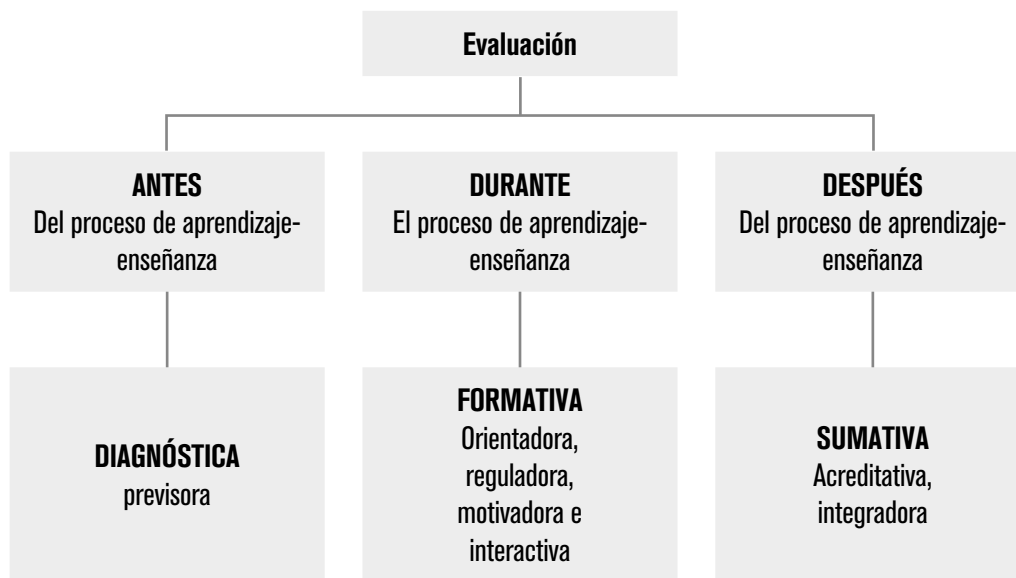
Unidad	Nombre de la unidad	Horas
1	Ecuaciones cuadráticas.	15
2	Funciones cuadráticas.	15
3	Elementos básicos de geometría plana.	25
4	Congruencia, semejanza, teorema de Tales y teorema de Pitágoras.	25

### Evaluación

Es necesario considerar que la evaluación es el proceso de recolección y análisis de evidencias sobre el desarrollo y logro de los aprendizajes, y de todo lo que influye en ellos como el desempeño discente y del profesorado, y la efectividad de las actividades y adecuación del ambiente, donde se fomenten valores como el respeto, la tolerancia, empatía, honestidad y solidaridad.

Para lograrlo se requiere el uso de diferentes instrumentos tanto para la recolección de la información como para su análisis. Es importante destacar que la evaluación y la calificación son procesos diferentes, con objetivos diametralmente opuestos, por lo que se vuelve importante destacar que el objetivo de la evaluación es conocer lo que sucede en nuestra aula y lograr la mejora de los aprendizajes a través de la retroalimentación, la cual atañe al alumnado como al profesorado.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación, siempre con referencias y comentarios personales. Bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales) para recopilar la opinión de estudiantes sobre el ambiente, el desempeño profesorado y la efectividad de las actividades. Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación, para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. No se considera presentar ejemplos de estos instrumentos en el presente programa, para evitar limitar la libertad profesorado, pero se pueden consultar en documentos como *Evaluación del y para el aprendizaje a distancia: Recomendaciones para profesorado s de educación media y superior* (CUAIEED, 2021).



Fuente: Jorba, J., & Casellas, E. (Edits.). (1997). *Estrategias y técnicas para la gestión social del aula. La regulación y la autorregulación de los aprendizajes* (vol. 1). Madrid, España: Editorial Síntesis/Instituto de Ciencias de la Educación

## UNIDAD 1. ECUACIONES CUADRÁTICAS

### Presentación de la unidad

En esta unidad se introduce al alumnado a situaciones contextualizadas que sean susceptibles de modelarse mediante una ecuación cuadrática, con lo que se busca que el alumnado distinga entre cantidades conocidas y desconocidas. A partir del planteamiento de las ecuaciones, se espera que surja la necesidad de saber qué valores las resuelven, lo que dará paso al estudio de los diferentes métodos de solución, como transposición de términos, factorización, completar el trinomio cuadrado perfecto (TCP) y mediante la fórmula general de la ecuación cuadrática  $ax^2 + bx + c = 0$  con  $a \neq 0$ . En el caso de la fórmula general, se pretende que el alumnado comprenda que ésta se obtiene a partir de la aplicación del método de completar el TCP.

Mediante el análisis del discriminante el alumnado conocerá o interpretará los diferentes tipos de soluciones de la ecuación cuadrática: una real repetida, dos reales distintas o sin soluciones reales; se elegirá la adecuada en el contexto de cada problema.

### Carta descriptiva

Propósito	Tiempo
<p><b>Al finalizar la unidad, el alumnado:</b></p> <p>Resolverá problemas contextualizados mediante el planteamiento y solución de ecuaciones cuadráticas, utilizando diversos métodos.</p>	15 hrs.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<b>El alumnado:</b>		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el alumnado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarios propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Comprende la relación entre las constantes e incógnitas del problema dado.	Problemas que dan lugar a ecuaciones cuadráticas con una incógnita.	<p>El alumnado analiza la información que se proporciona en el enunciado de un problema, para establecer relaciones con la guía del profesorado; plantea en equipo o grupo ecuaciones cuadráticas de problemas de distinto tipo como geométrico, numérico, físico u otros.</p> <p>El alumnado, con la guía del profesorado, identifica las constantes y la incógnita de interés, establece cómo se relacionan mediante una ecuación y comenta las características de ésta.</p> <p>El alumnado trabaja en equipo para plantear la ecuación cuadrática asociada a cada problema, con la guía del profesorado.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Resuelve ecuaciones cuadráticas mediante el uso de transposición de términos.</p> <p>Interpreta el significado de las soluciones de una ecuación cuadrática en el contexto del problema dado.</p>	<p>Resolución de ecuaciones cuadráticas de la forma:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>x^2=b</math></li> <li>• <math>ax^2=b</math></li> <li>• <math>ax^2+b=c</math></li> <li>• <math>a(x+b)^2+c=d</math></li> <li>• <math>(x+a)(x+b)=0</math></li> </ul>	<p>El profesorado propone al alumnado problemas que se puedan resolver con el planteamiento de una ecuación cuadrática, de los tipos indicados en la temática. Que el alumnado plantee la ecuación y el profesorado proporcione ayuda necesaria. Una vez planteada la ecuación de cada problema, el alumnado las resuelve utilizando transposición de términos, describiendo los pasos realizados.</p> <p>El alumnado responde a los cuestionamientos del profesorado, para que identifique si sólo una o ambas soluciones son válidas en el contexto de cada problema.</p> <p>El alumnado resuelva en equipos otros problemas, mediante el planteamiento de una ecuación cuadrática, obtención de sus soluciones y la identificación de aquellas que son válidas.</p> <p>El alumnado realiza una búsqueda de problemas que se resuelvan con ecuaciones cuadráticas. Se sugiere buscar en diferentes fuentes.</p> <p>El alumnado resuelve ecuaciones cuadráticas de la forma factorizada <math>(x-a)(x-b) = 0</math>, que observe que las soluciones son <math>x = a</math> o <math>x = b</math>, y que estas soluciones se pueden obtener con transposiciones al resolver cada uno de los binomios igualado a cero. Se recomienda al profesorado hacer hincapié en que el producto da cero.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Resuelve ecuaciones cuadráticas utilizando el método de factorización.</p> <p>Resuelve ecuaciones cuadráticas utilizando el método de completar el TCP. Comprende que al aplicar el método de completar el TCP para resolver la ecuación cuadrática <math>ax^2 + bx + c = 0</math>, se obtiene la expresión general de las soluciones.</p> <p>Resuelve ecuaciones cuadráticas utilizando la fórmula general.</p>	<p>Métodos algebraicos para obtener las soluciones de ecuaciones cuadráticas <math>ax^2 + bx + c = 0</math>, con <math>a \neq 0</math>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Factorización.</li> <li>• Completando el TCP.</li> <li>• Fórmula general.</li> </ul>	<p>El alumnado, organizado en equipos, resuelve ecuaciones cuadráticas de la forma <math>(ax - b)(cx - d) = 0</math>, además de recordar cómo se realiza el producto de dos binomios para obtener la ecuación en su forma general, indicando al alumnado que realice la comprobación de las soluciones en la ecuación en su forma general. Se recomienda al profesorado comenzar con <math>a = 1</math> y <math>c = 1</math> con <math>b</math> y <math>d</math> enteros y continuar con el resto de los reales.</p> <p>A través de la discusión en equipo o grupal, que el alumnado comprenda que, si se tiene una ecuación cuadrática en su forma general y quiere obtener sus soluciones por el método de factorización, es necesario escribir la ecuación en su forma factorizada. Las estrategias anteriores son secuenciadas.</p> <p>El alumnado explora con la guía del profesorado diferentes formas de factorizar ecuaciones cuadráticas. Después, que obtenga sus soluciones y realice la comprobación.</p> <p>El alumnado, con la guía del profesorado, multiplica un binomio por sí mismo para obtener el TCP y discute la relación entre los coeficientes de los términos lineal e independiente. Se recomienda hacer uso de una representación geométrica mediante un cuadrado de lado <math>x + a</math>.</p> <p>El alumnado identifica cuando una ecuación cuadrática incluye a un TCP y en caso de no incluirlo comenta en equipo o en grupo la forma de completarlo y expresarlo en forma de binomio al cuadrado, para resolverlo por transposición.</p> <p>El alumnado, con la guía del profesorado, aplica el método de completar el TCP a la ecuación cuadrática <math>ax^2 + bx + c = 0</math>, para obtener la fórmula general.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Determina la naturaleza de las soluciones de una ecuación cuadrática, a partir del valor del discriminante.</p>	<p>Discriminante <math>D</math> de la ecuación cuadrática:  <math>D = b^2 - 4ac</math></p> <p>Naturaleza de las soluciones de una ecuación cuadrática:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Soluciones reales y diferentes.</li> <li>• Soluciones reales e iguales.</li> <li>• No hay soluciones reales.</li> </ul>	<p>El alumnado, con la guía del profesorado, resuelve diversas ecuaciones utilizando la fórmula general. Las ecuaciones que se proponga deben conducir a los diferentes casos descritos en la temática, guiándolo para que comprenda la relación entre el valor del discriminante y la naturaleza de las soluciones.</p> <p>El alumnado retoma las ecuaciones de problemas anteriores para calcular el discriminante.</p> <p>El alumnado determina la naturaleza de las soluciones de ecuaciones cuadráticas mediante el uso del discriminante.</p>

## Evaluación

El profesorado realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del alumnado sobre el ambiente, el desempeño profesorado y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes y proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación, a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

## Diagnóstica

Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado, necesarios para abordar ecuaciones cuadráticas.

**Formativa**

Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.

**Sumativa**

Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con ecuaciones cuadráticas.

**Referencias****Para el alumnado****Básicas**

Ángel, A. (2008). *Álgebra intermedia*. 7ª. ed. Pearson.

Galdós, L. (1999). *Matemáticas*. Cultura.

**Complementarias**

Difanis P, Butts, T y Shaughnessy M. (1988). *Álgebra con aplicaciones*. Harla.

Swokowski, E. y Cole, J. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. Cengage.

**Para el profesorado****Básicas**

Oteyza, E., Lam, E., Hernández, C. y Carrillo, A. (2006). *Álgebra*. Prentice-Hall Hispanoamericana.

Swokowski, E. y Cole, J. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. Cengage.

### Complementarias

- Pólya, G. (1981). *Cómo plantear y resolver problemas*. 1ª ed., 9ª reimpresión. Trillas.
- Santos, L. (2010). *La función cuadrática: Enfoque de resolución de problemas*. Trillas.
- CUAIEED, CIGU, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la perspectiva de género (PEG) en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. <http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como-incorporar-la-perspectiva-de-genero.pdf>
- CUAIEED, COUS, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la sustentabilidad en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. [http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como\\_incorporar\\_la\\_sustentabilidad\\_2.pdf](http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como_incorporar_la_sustentabilidad_2.pdf)
- DGTIC, UNAM. (2021). *Guía digital para la utilización de TAC (Tecnologías para el Aprendizaje y el Conocimiento) en diferentes áreas de conocimiento*. UNAM

**Nota.** Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad profesorado. Algunos pueden encontrarse en plataformas institucionales: Red Universitaria de Aprendizaje, Portal Académico del CCH, BiDi UNAM, además de otros recursos digitales como Geogebra o Khan Academy.



## UNIDAD 2. FUNCIONES CUADRÁTICAS

### Presentación de la unidad

Para continuar con el estudio de las funciones, esta unidad se centra en la función cuadrática, estableciendo comparaciones con la variación lineal previamente abordada en Matemáticas I. Esta unidad inicia con actividades donde el alumnado reconoce si la gráfica tiene variación cuadrática y analiza características como su simetría y concavidad, entre otras necesarias para la resolución de problemas; asimismo, identifica que los cambios en los parámetros de la función cuadrática modifican su gráfica, y analiza la relación entre las raíces de la ecuación cuadrática asociada a la función y las intersecciones con el eje de las abscisas.

Se busca que el alumnado transite entre los diferentes registros de representación: verbal, algebraica, tabular y gráfica para enriquecer la comprensión de las funciones cuadráticas. El conocimiento de las funciones cuadráticas permite al alumnado apropiarse de herramientas conceptuales necesarias para entender diversidad de fenómenos físicos, económicos, sociales, químicos y biológicos, entre muchos más, que dan lugar a este modelo. Aunado a esto, el uso de tecnologías como instrumento adicional conduce al alumnado a una mejor comprensión y apropiación de los conceptos de función cuadrática.

### Carta descriptiva

Propósito	Tiempo:
<p><b>Al finalizar la unidad, el alumnado:</b></p> <p>Analizará el comportamiento de las funciones cuadráticas e identificará las diferencias con la función lineal. Este análisis considerará el comportamiento de los parámetros, las características y los elementos de la función cuadrática, con la finalidad de utilizar este modelo en la comprensión de su entorno y la solución de problemas.</p>	15 hrs.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p><b>El alumnado:</b></p>		<p>Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el alumnado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella debe promover respeto y equidad entre los participantes.</p>
<p>Obtiene el modelo de la función cuadrática de una situación dada.</p>	<p>Modelo de función cuadrática.</p>	<p>El alumnado, con la guía del profesorado, modela problemas geométricos de física y otros empleando funciones cuadráticas. Los discute en equipo.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Identifica en una tabla si existe variación cuadrática por medio de diferencias finitas.	Variación lineal y cuadrática.	A partir de un conjunto de tablas, discute y analiza diversas situaciones, aplicando diferencias finitas determina el tipo de variación.
Reconoce las representaciones de la función cuadrática. Reconoce los elementos de la gráfica de la función cuadrática.	Definición de función cuadrática y elementos de su gráfica. Representaciones de la función cuadrática.	<p>El alumnado aborda problemas que se representan a través de una función cuadrática con la guía del profesorado y los discute en equipo. Investiga las características y elementos de la gráfica de la función cuadrática: eje de simetría, máximo, mínimo, vértice, ceros de la función cuadrática, para discutirlos con sus pares. Grafica a partir de las situaciones dadas y la confronta empleando software dinámico. Utiliza las distintas representaciones para reconocer el concepto de función cuadrática. Retoma los registros verbal, tabular y algebraico de problemas anteriores, para relacionarlos con su representación gráfica. El alumnado encuentra a partir de tres puntos la función que pasa por ellos, o bien a partir de los ceros encuentra la familia de funciones.</p>
Identifica cómo afectan a la gráfica los cambios de los parámetros en la función cuadrática.	Representación analítica y gráfica. Forma general: $y = ax^2 + bx + c$ y forma estándar: $y = a(x-h)^2 + k$ de la función cuadrática. Parámetros.	<p>El alumnado aborda problemas que se modelan con funciones cuadráticas con la guía del profesor y los discute en equipo. El alumnado, con la guía del profesorado, analiza los parámetros con el uso de software de geometría dinámica, visualiza los cambios en los parámetros y su efecto en la gráfica.</p>
Analiza las intersecciones de la gráfica de la función y el eje de las abscisas con la naturaleza de las raíces de la ecuación cuadrática que resulta cuando $f(x) = 0$ .	Ceros de la función. Soluciones reales o complejas.	<p>El alumnado aborda problemas con la guía del profesorado y los discute en equipo. Investiga y discute los conceptos de soluciones reales y complejas de la ecuación cuadrática. Explora con ayuda de software de geometría dinámica la relación entre los ceros de la función y las posibles intersecciones con el eje de las abscisas.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Expresa la función: $y = ax^2 + bx + c$ en la forma estándar: $y = a(x-h)^2 + k$ , usando el método de completar el trinomio cuadrado perfecto.	Forma estándar de la función cuadrática: $y = a(x-h)^2 + k$	El profesorado plantea al alumnado la actividad de transformar una función cuadrática en forma general $y = ax^2 + bx + c$ a la forma estándar $y = a(x-h)^2 + k$ y analiza su utilidad para determinar las características analíticas y gráficas de la función.
Resuelve problemas de máximos y mínimos aprovechando las propiedades de la función cuadrática.	Aplicación de funciones cuadráticas.	El alumnado aborda problemas y los discute en equipo. Para resolver problemas de optimización utiliza el tránsito de la forma general a la forma estándar. Resuelve problemas de optimización aprovechando las características de la gráfica. El profesorado resalta la importancia de los métodos algebraicos en la resolución de problemas de optimización en diversos contextos, por ejemplo, numéricos, de áreas, costos y ganancias.

## Evaluación

El profesorado realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del alumnado sobre el ambiente, el desempeño profesorado y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales), portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes y proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

## Diagnóstica

Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado, necesarios para abordar funciones cuadráticas.

### **Formativa**

Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.

### **Sumativa**

Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con las funciones cuadráticas.

## **Referencias**

### **Para el alumnado**

#### **Básicas**

Oteyza, E., Lam, E., Hernández, C. y Carrillo, A. (2006). *Álgebra*. Prentice-Hall Hispanoamericana.

Cuéllar J. A. (2018). *Matemáticas 1*.

Kaufmann J., Schwitters K. (2015). *Álgebra elemental*.

#### **Complementarias**

Strogatz, Steven (2013). *El placer de la X*. Taurus. <http://www.librosmaravillosos.com/elplacerdelax/pdf/El%20placer%20de%20la%20X%20-%20Steven%20Strogatz.pdf>

### **Para el profesorado**

#### **Básicas**

Miller, Ch., Heeren, V. y Hornsby, J. (2013). *Matemática: razonamiento y aplicaciones*. 12<sup>a</sup>. ed. Pearson/ Addison Wesley.

### Complementarias

Oteyza, E., Lam, E., Hernández, C. y Carrillo, A. (2006). *Álgebra*. Prentice-Hall Hispanoamericana.

CUAIEED, CIGU, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la perspectiva de género (PEG) en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. <http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como-incorporar-la-perspectiva-de-genero.pdf>

CUAIEED, COUS, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la sustentabilidad en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. [http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como\\_incorporar\\_la\\_sustentabilidad\\_2.pdf](http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como_incorporar_la_sustentabilidad_2.pdf)

DGTIC, UNAM. (2021). *Guía digital para la utilización de TAC (Tecnologías para el Aprendizaje y el Conocimiento) en diferentes áreas de conocimiento*. UNAM

**Nota.** Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática, para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad profesorado. Algunos pueden encontrarse en plataformas institucionales: Red Universitaria de Aprendizaje, Portal Académico del CCH, BiDi UNAM, además de otros recursos digitales como Geogebra o Khan Academy.

## **UNIDAD 3. ELEMENTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA PLANA**

### **Presentación de la unidad**

En esta unidad se pretende explorar la geometría euclidiana desde una perspectiva interdisciplinaria, estableciendo la relación con aspectos transversales como género, sustentabilidad, formación ciudadana y el uso de la tecnología. Se abordará, entre otros temas, el papel fundamental de la mujer en el desarrollo de esta rama de la geometría.

De manera general se incluyen actividades prácticas, donde el actor principal es el alumnado; entre las actividades destacan la resolución de problemas, investigación, construcción de figuras con regla y compás, uso de software de geometría dinámica y discusiones en equipo. Por tanto, se induce al alumnado a construir activamente su conocimiento a través de la exploración, la experimentación y la demostración de propiedades geométricas.

Resalta la importancia de la demostración en la comprensión de propiedades geométricas, tanto en la suma de los ángulos interiores y exteriores del triángulo, como en otras propiedades de figuras geométricas. Se sugiere el uso de software de geometría dinámica para explorar y visualizar conceptos geométricos, lo que refleja la integración de la tecnología como una herramienta educativa.

Se busca no sólo enseñar los conceptos geométricos fundamentales, sino también fomentar el desarrollo del pensamiento matemático de forma crítica, la exploración activa y la comprensión contextualizada de la geometría en la vida cotidiana.

## Carta descriptiva

Propósito	Tiempo
<p><b>Al finalizar la unidad, el alumnado:</b></p> <p>Comprenderá algunos conceptos y relaciones geométricas obtenidos empíricamente a través de construcciones con regla y compás. Aplicará los conocimientos adquiridos en la resolución de problemas geométricos.</p>	25 hrs.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<b>El alumnado:</b>		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el alumnado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de la tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella debe promover respeto y equidad entre los participantes.
Conoce el origen de la geometría euclidiana y su sistematización.	Historia de la geometría.	El alumnado realiza una investigación sobre el origen de la geometría euclidiana, se sugiere la elaboración de una línea de tiempo, resumen, esquema o mapa conceptual. El profesorado puede complementar con una revisión del origen de la geometría euclidiana y la forma en cómo se sistematiza este conocimiento. Resalta el papel de las mujeres en el desarrollo de la geometría euclidiana y el contexto en el que vivieron.
	Elementos básicos de geometría plana: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Punto.</li> <li>• Línea recta.</li> <li>• Segmento.</li> <li>• Semirrecta.</li> <li>• Ángulo.</li> </ul> Punto de intersección.	El alumnado investiga y revisa, con la guía del profesorado, las nociones de los elementos básicos de la geometría plana. El alumnado reconoce y describe en diferentes cuerpos geométricos los elementos básicos de geometría euclidiana, empleando arquitectura, prismas y rompecabezas, entre otros. El alumnado describe en forma oral y escrita los elementos básicos de la geometría plana.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Realiza las construcciones geométricas propuestas en la temática y define los conceptos asociados a las construcciones.</p>	<p>Construcciones con regla y compás:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Segmentos congruentes.</li> <li>• Ángulos congruentes.</li> <li>• Mediatriz de un segmento.</li> <li>• Bisectriz de un ángulo.</li> <li>• Perpendicular a una recta dada que pasa por un punto que pertenece a ella o fuera de ella.</li> <li>• Recta paralela a otra que pasa por un punto externo dado.</li> </ul>	<p>El alumnado realiza, con la guía del profesorado, las construcciones indicadas en la temática, con regla y compás, o con otros instrumentos como doblado de papel o software.</p> <p>El alumnado investiga y discute con la guía del profesorado sobre los conceptos asociados a las construcciones.</p> <p>El alumnado dibuja algunas figuras geométricas, para que a partir de ésta se construya con regla y compás algunos de los elementos geométricos que la conforman.</p> <p>El alumnado describe paso a paso cómo realizó las construcciones.</p> <p>El alumnado, con la guía del profesorado, construye geoméricamente la distancia de un punto a una recta.</p>
<p>Clasifica los ángulos por su medida y su relación con otros.</p>	<p><b>Ángulos</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Clasificación de ángulos en comparación con el ángulo recto. <ul style="list-style-type: none"> <li>- Clasificación por su relación con otros: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Adyacentes.</li> <li>- Suplementarios.</li> <li>- Complementarios.</li> </ul> </li> </ul> </li> </ul> <p>Opuestos por el vértice.</p>	<p>El alumnado, retomando la construcción de la perpendicular, define el ángulo recto y como consecuencia comprende qué es el ángulo agudo, obtuso y llano.</p> <p>El alumnado construye el ángulo recto utilizando las definiciones vistas anteriormente, y como consecuencia comprende el ángulo agudo y obtuso.</p> <p>El alumnado investiga sobre la clasificación de los ángulos y la discute en equipo o en grupo con la guía del profesorado.</p> <p>El alumnado discute contextos relacionados a arquitectura, astronomía y pintura, entre otros, donde se presentan los distintos tipos de ángulos.</p>



Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Conoce e identifica los ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal.</p> <p>Comprende el teorema de las rectas paralelas y su inverso.</p>	<p>Ángulos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Internos.</li> <li>• Externos.</li> <li>• Alternos internos.</li> <li>• Alternos externos.</li> <li>• Correspondientes.</li> <li>• Colaterales.</li> </ul> <p>Teorema de las rectas paralelas y su inverso.</p>	<p>El alumnado, con la guía del profesorado, traza dos rectas no paralelas y la transversal e identifica los ángulos formados. Posteriormente traza y discute el caso de las paralelas. Concluye que en el caso que dos rectas paralelas sean cortadas por una transversal, los ángulos alternos internos, alternos externos y correspondientes son congruentes.</p> <p>El alumnado analiza algunas construcciones propuestas por el profesorado, donde se muestren las medidas de los ángulos y determina si las rectas son paralelas.</p> <p>El alumnado, apoyándose de un software dinámico, explora distintas situaciones para concluir que se satisface el inverso.</p> <p>El alumnado resuelve una serie de ejercicios algebraicos donde determina y completa la medida de los ángulos faltantes utilizando el teorema de las rectas paralelas.</p> <p>El alumnado, con la guía del profesorado, resuelve problemas de contexto, donde requiere reconocer paralelas cortadas por una transversal.</p>
<p>Clasifica triángulos con base en sus lados y ángulos.</p>	<p>Clasificación de los triángulos:</p> <p>Por sus lados</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Equilátero.</li> <li>• Isósceles.</li> <li>• Escaleno.</li> </ul> <p>Por sus ángulos</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Oblicuángulo. <ul style="list-style-type: none"> <li>- Acutángulo.</li> <li>- Obtusángulo.</li> </ul> </li> </ul> <p>Rectángulo.</p>	<p>El alumnado realiza una investigación sobre la clasificación y definiciones de triángulos según sus lados y ángulos. Posteriormente, de forma grupal, realiza un cuadro sinóptico.</p> <p>El alumnado realiza la construcción de diferentes triángulos con regla y compás a partir de la longitud de los tres lados, comenta las características de los triángulos construidos y los clasifica.</p> <p>El alumnado construye triángulos con regla y compás, que cumplan con determinadas características.</p>
<p>Explica en qué casos es posible construir un triángulo, a partir de tres segmentos dados.</p>	<p>Desigualdad del triángulo.</p>	<p>El alumnado, con la guía del profesorado, intenta construir triángulos dados tres segmentos de recta, con el fin de determinar las condiciones que hacen posible su construcción e infiere la desigualdad del triángulo.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Demuestra las propiedades entre los ángulos de un triángulo.</p>	<p>Propiedades del triángulo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Suma de los ángulos interiores.</li> <li>• Suma de los ángulos exteriores.</li> <li>• Suma de dos ángulos interiores.</li> </ul>	<p>El profesorado puede utilizar material concreto (recorte y doblado de papel), para que el alumnado muestre algunas propiedades del triángulo y las justifique a partir de aprendizajes previos. Mostrar que la suma de los ángulos interiores del triángulo es <math>180^\circ</math>, la suma de los ángulos exteriores adyacentes tomados uno por cada vértice es de <math>360^\circ</math>.</p> <p>El alumnado utiliza material concreto (recorte y doblado de papel) o software de geometría dinámica, propuesto por el profesorado, donde puede observar y conjeturar las propiedades del triángulo.</p> <p>El alumnado realiza con la guía del profesorado la demostración de la propiedad de la suma de los ángulos interiores, y comprende este proceso como la generalización de todos los casos particulares.</p> <p>El alumnado realiza la demostración de la propiedad de la suma de los ángulos externos, con la guía del profesorado cuando sea necesario.</p> <p>El alumnado realiza la demostración de la última propiedad.</p> <p>El alumnado resuelve problemas que impliquen el conocimiento y la aplicación de las propiedades del triángulo.</p>
<p>Determina las características de las rectas y puntos notables del triángulo.</p>	<p>Rectas notables del triángulo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Mediatriz.</li> <li>• Mediana.</li> <li>• Bisectriz.</li> <li>• Altura.</li> </ul> <p>Puntos notables de un triángulo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Circuncentro.</li> <li>• Baricentro.</li> <li>• Incentro.</li> <li>• Ortocentro.</li> </ul>	<p>El alumnado realiza una investigación, sobre las rectas y puntos notables del triángulo. Posteriormente, en equipos realiza un organizador gráfico.</p> <p>El alumnado, con la guía del profesorado, realiza la construcción de las rectas y puntos notables del triángulo y comentan sus características, tomando como base las construcciones básicas con regla y compás.</p> <p>El alumnado resuelve problemas que incluyan las construcciones de rectas y puntos notables de un triángulo.</p> <p>El alumnado observa que algunos puntos notables de un triángulo están alineados (Recta de Euler). Se recomienda el uso de software de geometría dinámica.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Determina las propiedades de los polígonos.</p>	<p>Polígonos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Regulares.</li> <li>• Irregulares.</li> <li>• Convexos.</li> <li>• Cóncavos.</li> </ul> <p>Propiedades de los polígonos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Suma de los ángulos interiores.</li> <li>• Número de triángulos al interior del polígono.</li> </ul> <p>Perímetro y área.</p> <p>Fórmula de Herón.</p>	<p>El alumnado realiza una investigación sobre las propiedades de los polígonos. Posteriormente, elabora un organizador gráfico.</p> <p>El alumnado construye diferentes polígonos regulares e irregulares, y con la guía del profesorado, infiere sus propiedades.</p> <p>El alumnado resuelve problemas que incluyan las propiedades de los polígonos.</p> <p>El alumnado determina el área y perímetro de polígonos irregulares, mediante la descomposición en triángulos y rectángulos, aplicando la fórmula de Herón.</p> <p>Se recomienda que los polígonos estén sobre una cuadrícula que permita identificar longitudes.</p>
<p>Construye las rectas y segmentos notables de la circunferencia y describe sus características.</p> <p>Comprende las fórmulas del área y perímetro de un círculo.</p>	<p>Círculo y circunferencia:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Rectas y segmentos notables de la circunferencia.</li> <li>• Localización del centro de una circunferencia.</li> <li>• Perímetro y área del círculo.</li> </ul>	<p>El alumnado realiza una investigación sobre las rectas y segmentos notables de la circunferencia, posteriormente en grupo o equipo lo presenta en un organizador gráfico.</p> <p>El alumnado realiza actividades concretas que le permita observar que el perímetro de una circunferencia es aproximadamente <math>\pi d</math>; por ejemplo, con estambre rodea un círculo, y la longitud del estambre utilizado lo compara con la longitud del diámetro.</p> <p>El alumnado realiza actividades concretas que le permitan observar que el área de un círculo es aproximadamente <math>\pi r^2</math>, a partir de la división de un círculo en la mayor cantidad de sectores posibles, y acomodándolos para aproximar un rectángulo de base <math>\pi r</math> y altura <math>r</math>.</p> <p>El alumnado, con la guía del profesorado, si es factible, utiliza software de geometría dinámica, para aproximar el área y el perímetro de un círculo mediante polígonos inscritos o circunscritos.</p> <p>El alumnado resuelve problemas relacionados con la circunferencia.</p>

## **Evaluación**

El profesorado realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del alumnado sobre el ambiente, el desempeño profesorado y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales); también portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación, para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes y proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación, a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

### **Diagnóstica**

Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado, necesarios para abordar los elementos básicos de geometría.

### **Formativa**

Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.

### **Sumativa**

Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con los elementos básicos de geometría.

## Referencias

### Para el alumnado

#### Básicas

- Burril, G., Cummins, J., Kanold, T., Boyd, C., Malloy, C. y Yunker, L. (2004). *Geometría. Integración, aplicaciones, conexiones*. McGraw Hill/Interamericana.
- Clemens, S., O´Daffer, P. y Cooney, T. (2005). *Geometría*. Pearson.
- García, J. y Bertran, C. (1990). *Geometría y experiencias*. Biblioteca de Recursos Didácticos Alhambra.
- Guzmán, E. (2016). *Geometría y trigonometría*. Patria.

#### Complementarias

- Alexander, D., Koeberlein, G. (2013) *Geometría*. 5ª. ed. Cengage Learning
- Bulajich, R., Gómez, J.A. (2002). *Geometría*. Instituto de Matemáticas/UNAM.

### Para el profesorado

#### Básicas

- Aguilar, A., Bravo F., Gallegos H., Cerón M., Reyes R. (2009). *Geometría y trigonometría*. Pearson.
- Burril, G., Cummins, J., Kanold, T., Boyd, C., Malloy, C. y Yunker, L. (2004). *Geometría. Integración, aplicaciones, conexiones*. McGraw-Hill/Interamericana.
- Moise, E. (1970). *Geometría moderna*. Fondo Educativo Interamericano.
- Clemens, S., O´Daffer, P. y Cooney, T. (2005). *Geometría*. Pearson.

#### Complementarias

- Guzmán, E. (2016). *Geometría y trigonometría*. Patria.
- Wentworth, J. y Smith, D. (1915). *Geometría plana y del espacio*. Ginn y Compañía.
- CUAIEED, CIGU, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la perspectiva de género (PEG) en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. <http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como-incorporar-la-perspectiva-de-genero.pdf>
- CUAIEED, COUS, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la sustentabilidad en los planes*

*y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado.* UNAM. [http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como\\_incorporar\\_la\\_sustentabilidad\\_2.pdf](http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como_incorporar_la_sustentabilidad_2.pdf)  
DGTIC, UNAM. (2021). *Guía digital para la utilización de las TAC (Tecnologías para el Aprendizaje y el Conocimiento) en diferentes áreas de conocimiento.* UNAM.

**Nota.** Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad profesorado. Algunos pueden encontrarse en plataformas institucionales: Red Universitaria de Aprendizaje, Portal Académico del CCH, BiDi UNAM, además de otros recursos digitales como Geogebra o Khan Academy.

## **UNIDAD 4. CONGRUENCIA, SEMEJANZA, TEOREMA DE TALES Y TEOREMA DE PITÁGORAS**

### **Presentación de la unidad**

En la última unidad del curso de Matemáticas II se pretende que el alumnado comprenda los conceptos fundamentales concernientes a congruencia y semejanza de triángulos, así como los teoremas de Tales y de Pitágoras. Para lograr tal comprensión se requiere de conocimientos previos como son: elementos básicos de la geometría plana, así como conceptos asociados a construcciones geométricas de rectas notables del triángulo.

Al analizar algunos objetos geométricos, el alumnado comprende, reconoce y justifica la congruencia o semejanza entre ellos, haciendo uso de la notación adecuada. Asimismo, comprueba y deduce los teoremas de Tales y Pitágoras con el objetivo de profundizar en su comprensión para que se reflejen en la resolución de problemas.

La temática de esta unidad va más allá de dominar los aspectos disciplinares de la geometría; lo que se busca es que el alumnado desarrolle habilidades como argumentación verbal, justificación, establecimiento de conexiones y visualización espacial. Además de analizar, reflexionar e interpretar la solución de problemas geométricos, considerando los contextos matemáticos y de situaciones de la vida cotidiana.

Es importante que el profesorado fomente la inclusión e igualdad de género para propiciar un ambiente de aprendizaje en el que prevalezca el respeto y la tolerancia. Asimismo, se debe promover la formación ciudadana, la sustentabilidad y el uso de la tecnología.

## Carta descriptiva

Propósito	Tiempo
<p><b>Al finalizar la unidad el alumnado:</b></p> <p>Aplicará los conceptos de congruencia, semejanza, el teorema de Tales y el teorema de Pitágoras en la resolución de problemas. Asimismo, argumentará sobre la validez de algunas afirmaciones geométricas y procesos en la resolución de problemas.</p>	25 hrs.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<b>El alumnado:</b>		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el alumnado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella debe promover respeto y equidad entre los participantes.
<p>Comprende el concepto de congruencia de figuras geométricas.</p> <p>Utiliza correctamente la notación propia de la congruencia.</p> <p>Reconoce la congruencia entre figuras a partir de la comparación de los elementos correspondientes.</p>	<p>Congruencia de triángulos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Concepto de congruencia</li> <li>• Notación.</li> </ul>	<p>El alumnado realiza una investigación sobre la congruencia entre figuras. El alumnado busca e identifica figuras en diferentes contextos que se ajusten al concepto de congruencia; por ejemplo, en las artes, construcciones, rompecabezas de figuras, etcétera, y se discute en el salón de clases en forma grupal.</p> <p>El alumnado, con la guía del profesorado, y con base en la investigación, propone la definición de congruencia entre triángulos.</p> <p>El alumnado realiza actividades de identificación de triángulos congruentes con base en la definición.</p>
<p>Reconoce empíricamente la validez de los criterios de la congruencia de triángulos.</p>	<p>Criterios de congruencia de triángulos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• LAL</li> <li>• LLL</li> <li>• ALA.</li> </ul>	<p>El alumnado, con la guía del profesorado, propone los criterios de congruencia entre triángulos a partir de la revisión de distintos ejemplos.</p> <p>El alumnado, con la guía del profesorado, analiza varios triángulos y establece las condiciones mínimas para establecer los criterios de congruencia de triángulos.</p> <p>El profesorado utiliza contraejemplos para refutar enunciados falsos, por ejemplo, LLA.</p>



Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Argumenta la validez de algunas construcciones geométricas.</p> <p>Argumenta la validez de algunas afirmaciones.</p>	<p>Construcciones de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Bisectriz de un ángulo.</li> <li>• Mediatriz de un segmento.</li> <li>• Perpendicular a una recta.</li> <li>• Altura de un triángulo isósceles.</li> <li>• Teorema del triángulo isósceles y su recíproco.</li> <li>• Propiedades del triángulo isósceles.</li> </ul>	<p>El profesorado sugiere el uso de congruencia de triángulos para justificar las construcciones señaladas en la temática.</p> <p>El alumnado demuestra con la guía del profesorado las propiedades del triángulo isósceles: los ángulos adyacentes a la base son congruentes, la altura y la mediana de la base coinciden, la bisectriz del ángulo formado por los lados congruentes corta al lado opuesto en su punto medio.</p>
<p>Resuelve problemas aplicando los criterios de congruencia de triángulos.</p>	<p>Problemas que involucran congruencia de triángulos.</p>	<p>El profesorado sugiere algunas estrategias para la resolución de problemas. El alumnado resuelve una serie de ejercicios de medidas de lados faltantes utilizando congruencia. El alumnado resuelve problemas de contexto utilizando el concepto de congruencia de triángulos.</p>
<p>Comprende el concepto de semejanza.</p> <p>Utiliza correctamente la notación propia de la semejanza.</p> <p>Identifica cuándo dos figuras son semejantes.</p>	<p>Semejanza:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Concepto de semejanza</li> <li>• Notación.</li> </ul>	<p>Dirigido por el profesorado, el alumnado participa en una lluvia de ideas o discusión sobre cómo se relaciona semejanza y congruencia, viendo incluso la congruencia como caso particular de la semejanza, auxiliándose de modelos a escala como mapas, maquetas, planos, fotos y software de geometría dinámica, entre otros. Con la finalidad de definir de manera intuitiva el concepto de semejanza, además de establecer la notación adecuada. El alumnado explica de forma oral y escrita lo que deben cumplir estas figuras para ser semejantes.</p>
<p>Reconoce cuándo dos triángulos son semejantes con base en la definición.</p>	<p>Semejanza de triángulos.</p>	<p>El alumnado realiza una investigación sobre la semejanza entre triángulos. El alumnado, con la guía del profesorado y con base en la investigación, propone la definición de semejanza de triángulos. El alumnado realiza actividades de identificación de triángulos semejantes con base en la definición.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Reconoce empíricamente la validez de los criterios de semejanza.	Criterios de semejanza de triángulos: <ul style="list-style-type: none"> <li>• LLA.</li> <li>• LAL.</li> <li>• AA.</li> </ul>	El alumnado, con la guía del profesorado, propone los criterios de semejanza entre triángulos, a partir de la revisión de distintos ejemplos. Con la guía del profesorado, el alumnado analiza varios triángulos y establece las condiciones mínimas para la semejanza, los criterios de semejanza. El profesorado utiliza contraejemplos para refutar enunciados falsos, por ejemplo, LLA.
Calcula perímetros y áreas en triángulos semejantes y la razón entre ellos.	Razón entre perímetros y entre áreas de triángulos semejantes.	El alumnado resuelve ejercicios de triángulos semejantes; dadas las razones de semejanza, las compara con las razones de perímetros y de áreas para buscar un patrón en los resultados obtenidos, con la guía del profesorado.
Resuelve problemas aplicando los criterios de semejanza de triángulos.	Problemas de aplicación que involucran semejanza de triángulos.	El alumnado realiza actividades de resolución de problemas propuestas por el profesorado, que involucren identificación de segmentos proporcionales y ángulos congruentes en figuras semejantes. El alumnado resuelve una serie de ejercicios de medidas inaccesibles utilizando semejanza. El alumnado resuelve problemas utilizando el concepto de semejanza.
Deduce el teorema de Tales.  Infiere el recíproco del teorema de Tales.	Teorema de Tales.  Recíproco del teorema de Tales.	El alumnado indaga sobre la vida de Tales de Mileto y su contexto. El alumnado, con la guía del profesorado, infiere el teorema de Tales a partir de la construcción de dos rectas paralelas cortadas por dos secantes no paralelas. Esto lo puede llevar a cabo en forma individual, por equipo y/o grupal. El alumnado, a partir de la semejanza de triángulos, deduce el teorema de Tales. El alumnado plantea y resuelve problemas con la guía del profesorado, donde utiliza el teorema de Tales. El profesorado orienta al alumnado para que utilice el teorema de Tales en la división de un segmento en $n$ partes iguales. El alumnado trabaja con actividades propuestas por el profesorado, para verificar la proporción entre segmentos resultantes del corte de una secante a tres o más rectas, para inferir que las rectas son paralelas entre sí.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Deduces el teorema de Pitágoras.</p> <p>Prueba el teorema de Pitágoras y su recíproco desde el punto de vista geométrico y algebraico.</p>	<p>Teorema de Pitágoras. Recíproco de teorema de Pitágoras.</p>	<p>El alumnado indaga sobre la vida de Pitágoras y su contexto.</p> <p>El alumnado realiza varias construcciones de cuadrados sobre los lados de un triángulo rectángulo donde se obtienen las áreas, para conjeturar el teorema de Pitágoras y su recíproco.</p> <p>El alumnado construye triángulos rectángulos, con ayuda de regla y compás, posteriormente mide los lados y comprueba que se cumple el teorema de Pitágoras.</p> <p>Con la guía del profesorado, el alumnado plantea y resuelve problemas donde utiliza el teorema de Pitágoras.</p> <p>El alumnado, con la guía del profesorado, realiza una demostración del teorema de Pitágoras e investiga otras, para su discusión.</p> <p>El alumnado enuncia el teorema de Pitágoras y es capaz de aplicarlo a diferentes triángulos rectángulos, esto puede ser en forma individual, por equipo o grupal, haciendo énfasis en que se enuncie completo.</p> <p>El alumnado construye triángulos que satisfacen el teorema de Pitágoras y verifica que son triángulos rectángulos.</p> <p>El alumnado trabaja con ternas de valores propuestas por el profesorado, correspondientes a longitudes de los lados de triángulos, donde comprueba si satisfacen el teorema de Pitágoras y de ser así, enunciar su recíproco.</p>
<p>Resuelve problemas aplicando los conceptos previos.</p>	<p>Problemas de longitudes y áreas que involucran congruencia, semejanza, teorema de Tales y teorema de Pitágoras. Teorema de la altura de un triángulo rectángulo.</p>	<p>El alumnado realiza actividades de resolución de problemas, aplicando los conceptos previos propuestos por el profesorado.</p>

## **Evaluación**

El profesorado realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del alumnado sobre el ambiente, el desempeño profesorado y la efectividad de las actividades, se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición, y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes y proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

## **Diagnóstica**

Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado, necesarios para abordar la congruencia, semejanza y teorema de Tales y teorema de Pitágoras.

## **Formativa**

Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.

## **Sumativa**

Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con la congruencia, semejanza y teorema de Tales y teorema de Pitágoras.

## Referencias

### Para el alumnado

#### Básicas

- Clemens, S., O´Daffer, P. y Cooney, T. (2005). *Geometría*. Pearson.
- CONAMAT (2009). *Geometría y trigonometría*. Prentice-Hall.
- Filloy, E. y Zubieta, G. (2001). *Geometría*. Grupo Editorial Iberoamericana.
- Jiménez, R. (2008). *Matemáticas II. Geometría y trigonometría*. Pearson Educación.
- Ortiz, F. (1991). *Matemáticas-2. Geometría y trigonometría*. Publicaciones Cultural.

#### Complementarias

- Guzmán, E. (2016). *Geometría y trigonometría*. Patria.
- Miller, Ch., Heeren, V., y Hornsby, J. (2013). *Matemática: razonamiento y aplicaciones*. 12<sup>a</sup>. ed. Pearson/Addison Wesley.
- Sullivan, M. (1997) *Precálculo*. 4<sup>a</sup>. ed. Prentice-Hall Hispanoamericana.
- Alexander, D. y Koeberlein, G. (2013). *Geometría*. 5<sup>a</sup>. ed. Cengage Learning.

### Para el profesorado

#### Básicas

- Aguiar, A., Bravo, F., Gallegos, H., Cerón, M. y Reyes, R. (2009). *Geometría y trigonometría*. Pearson
- Álvarez, E. (2012). *Elementos de geometría*. Universidad de Medellín.
- Burril, G., Cummins, J., Kanold, T., Boyd, C., Malloy, C., y Yunker, L. (2004). *Geometría. Integración, aplicaciones, conexiones*. McGraw-Hill/Interamericana.
- Clemens, S., O´Daffer, P. y Cooney, T. (2005). *Geometría*. Pearson.
- Moise, E. (1970). *Geometría Moderna*. Fondo Educativo Interamericano.
- Ortiz, F. (1991). *Matemáticas-2, Geometría y trigonometría*. Publicaciones Cultural.
- Swokowski, E. y Cole, J. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. Cengage.

#### Complementarias

- Guzmán, E. (2016). *Geometría y trigonometría*. Patria.
- Miller, Ch., Heeren, V. y Hornsby, J. (2013). *Matemática: razonamiento y aplicaciones* (12<sup>a</sup>. ed.). Pearson/Addison Wesley.
- Wentworth, J. y Smith, D. (1915). *Geometría plana y del espacio*. Ginn y Compañía.

CUAIEED, CIGU, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la perspectiva de género (PEG) en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. <http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como-incorporar-la-perspectiva-de-genero.pdf>

CUAIEED, COUS, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la sustentabilidad en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. [http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como\\_incorporar\\_la\\_sustentabilidad\\_2.pdf](http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como_incorporar_la_sustentabilidad_2.pdf)

DGTIC, UNAM. (2021). *Guía digital para la utilización de TAC (Tecnologías para el Aprendizaje y el Conocimiento) en diferentes áreas de conocimiento*. UNAM.

**Nota.** Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad profesorado. Algunos pueden encontrarse en plataformas institucionales: Red Universitaria de Aprendizaje, Portal Académico del CCH, BiDi UNAM, además de otros recursos digitales como Geogebra o Khan Academy.



# Matemáticas III





## PRESENTACIÓN DE LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS III

**D**urante los cursos de Matemáticas I y II se han abordado dos de los grandes ejes temáticos que vertebran esta materia: el álgebra y la geometría euclidiana. En Matemáticas III se plantea avanzar hacia el estudio de la trigonometría, recuperando la noción de razón, introducida en Matemáticas I, y empleándola junto a la semejanza de triángulos vista en Matemáticas II, para construir la idea de razones trigonométricas como cantidades invariantes en triángulos semejantes. A partir de ahí puede trabajarse en la resolución de problemas que involucren el cálculo de las dimensiones de triángulos rectángulos y no rectángulos (con ayuda, en este último caso, de las leyes de los senos y los cosenos) y también abordar la existencia de las identidades trigonométricas elementales: las recíprocas, las de cociente y las pitagóricas. Posteriormente, el programa plantea entrar al terreno de la geometría analítica, explorando la riqueza y la potencia que ofrece la aplicación del método analítico algebraico al estudio de objetos y problemas geométricos. Con esto se da al alumnado la oportunidad de trabajar en los dos problemas fundamentales de esta rama de la matemática: a) obtener la ecuación de distintos lugares geométricos (concretamente, cónicas como la recta, la circunferencia, la elipse y la parábola), y b) construir la curva definida por una ecuación dada.

### Propósitos del curso

Al finalizar la asignatura, a través de actividades encaminadas al desarrollo de habilidades y a la comprensión de conceptos y procedimientos, el alumnado:

- Construirá conocimientos y habilidades para manipular las razones trigonométricas y resolver problemas de triángulos rectángulos y oblicuángulos en diferentes contextos.
- Reconocerá que se incrementan las posibilidades de análisis y aplicación de la geometría euclidiana al incorporar al estudio de los objetos y relaciones geométricas la representación y los procedimientos del álgebra.
- Percibirá a los sistemas de coordenadas como herramientas fundamentales para estudiar analíticamente lugares geométricos.
- Utilizará las propiedades de un lugar geométrico para obtener la ecuación que lo representa.
- Construirá la curva que corresponde a distintos casos de la ecuación cuadrática general:  $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$
- Resolverá una variedad de problemas de aplicación, empleando distintas expresiones analíticas de curvas.

- Adquirirá habilidad básica en el manejo de software para graficar expresiones de diferentes cónicas y resolver problemas relacionados.
- Valorará la utilidad y la potencia de los métodos de la trigonometría y la geometría analítica.
- Empleará los métodos algebraicos y geométricos en distintas áreas de la matemática y otras disciplinas de manera transversal.
- Reconocerá, con la orientación del profesorado, el carácter de la matemática como ciencia a lo largo del estudio de los aprendizajes propuestos.
- Continuará cimentando valores y actitudes que promuevan la perspectiva de género, la ciudadanía y la sustentabilidad. Estos comprenden la equidad, inclusión, tolerancia, solidaridad, respeto, colaboración y cuidado del medio ambiente, entre otros.

Para el logro de estos propósitos es necesario seguir el enfoque didáctico y disciplinario de la materia; la asignatura de Matemáticas III debería abordarse a través de la resolución de problemas y privilegiando la actividad del alumnado, en lugar de la exposición catedrática del profesorado. Al respecto, es altamente recomendable la generación de un ambiente de aprendizaje cuya planeación considere que el alumnado proponga ideas, trabaje, argumente, debata con sus pares y con el profesorado mientras avanza en la solución de problemas cuidadosamente diseñados o seleccionados, teniéndose en mente que es también un objetivo el que desarrolle habilidades para aprender a aprender, a ser y a hacer.

La asignatura está organizada en cinco unidades, como sigue:

## Contenidos temáticos

Unidad	Nombre de la unidad	Horas
1	Elementos de trigonometría.	15
2	Elementos básicos de geometría analítica.	10
3	La recta y su ecuación cartesiana.	20
4	La parábola y su ecuación cartesiana.	15
5	La circunferencia, la elipse y sus ecuaciones cartesianas.	20

## Evaluación

La evaluación es el proceso de recopilación de información para la toma de decisiones orientadas a mejorar. Es importante no confundirla con el acto de calificar, asignar una nota con fines de acreditación o no de la asignatura. Al respecto, Flores (2009) recoge las siguientes recomendaciones:

La evaluación debe poner atención en la matemática que es importante, debe ser justa para el estudiantado, el profesorado y la institución; debe fomentar el aprendizaje del alumnado, haciéndole ver qué es lo que ya sabe y qué debe aprender o qué puede hacer (Balanced Assessment Project, 2000, p. VI; Clarke, 1997, pp. 2-3). Además, la evaluación debe hacerse a través de diferentes fuentes de información o instrumentos de evaluación, entre los que se cuentan cuestionarios con preguntas abiertas, cuestionarios de opción múltiple, conversaciones, bitácoras o diarios y portafolios (NCTM, 2000, pp. 22-24; Garrison y Ehringhaus, 2008; Gómez, 2007, pp. 119-120).

Estas orientaciones pueden ser útiles al momento de definir las maneras concretas en que evaluaremos los avances de nuestro alumnado: consideremos, por ejemplo, que si estamos interesados en la construcción de habilidades como la resolución de problemas, el razonamiento y el pensamiento crítico, nuestros instrumentos de evaluación deberían estar diseñados con la finalidad de recabar información sobre precisamente esas habilidades, y no concentrarse únicamente en, digamos, la algoritmia necesaria para manipular determinado tipo de ecuaciones.

# UNIDAD 1. ELEMENTOS DE TRIGONOMETRÍA

## Presentación de la unidad

Al inicio de la unidad se contempla el estudio de los elementos básicos de trigonometría; se espera que el alumnado reconozca, analice y utilice las razones e identidades trigonométricas, partiendo de la semejanza entre triángulos y el teorema de Pitágoras estudiados en Matemáticas II, para solucionar problemas de corte geométrico y algebraico. Posteriormente, se abordará la deducción de las identidades trigonométricas fundamentales y continuará el estudio con la ley de senos y la ley de cosenos para concluir con su uso en problemas de aplicación, principalmente en triángulos oblicuángulos.

Se espera que el alumnado asocie las razones trigonométricas con los lados de un triángulo rectángulo en función de uno de sus ángulos agudos, y comprenda que son respectivamente invariantes en triángulos semejantes. En particular, se puede hacer uso de triángulos especiales (equiláteros e isósceles rectángulos) para obtener las magnitudes de las razones trigonométricas de ángulos de  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $45^\circ$ ; con apoyo de algún recurso tecnológico es posible eficientizar la generalización de estos resultados para cualquier ángulo. Una vez comprendido esto se proponen problemas a resolver que contengan ángulos de elevación y de depresión, distancias inaccesibles, así como el cálculo de áreas.

Se propone al profesorado que revise constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.

## Carta descriptiva

Propósito	Tiempo
<p><b>Al finalizar la unidad, el alumnado:</b></p> <p>Utilizará las razones e identidades trigonométricas, así como las leyes de senos y cosenos mediante la resolución de problemas en distintos contextos que involucren triángulos, con la finalidad de construir conocimientos que serán empleados en asignaturas posteriores.</p>	15 hrs.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
El alumnado:		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el alumnado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarios propuestas por el profesorado; que contemple la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella debe promover respeto y equidad entre los participantes.
<p>Conoce el origen de la trigonometría y su sistematización.</p> <p>Reconoce que el concepto de razón trigonométrica se deriva de la relación de los lados de un triángulo rectángulo.</p> <p>Infiere que las razones trigonométricas son invariantes en triángulos semejantes.</p>	<p>Bosquejo histórico de la trigonometría.</p> <p>Razones trigonométricas para ángulos agudos de un triángulo rectángulo.</p>	<p>El profesorado inicia con un breve bosquejo histórico de la trigonometría y propone que el alumnado elabore una investigación al respecto. Dentro de la investigación se sugiere incluir un apartado donde se hable del papel de la mujer en el desarrollo de esta rama de las matemáticas. En discusión plenaria sobre lo anterior, el grupo explora, a través de la elaboración de una línea de tiempo, el desarrollo de la trigonometría, desde el inicio de la civilización (por ejemplo, las desarrolladas en Egipto, Babilonia y Roma, entre otras) hasta la época moderna, para que se comprendan y aprecien sus beneficios en la sociedad. Como parte de la discusión, el profesorado guiará al alumnado en la reflexión sobre la poca visualización de las aportaciones de la mujer en el desarrollo del conocimiento matemático.</p> <p>El profesorado muestra la construcción de razones con los lados de un triángulo rectángulo. A continuación, solicita al alumnado que investigue los nombres de los lados respecto a un ángulo y los de dichas razones (seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante; esto puede ser con ayuda de sus dispositivos inteligentes, o acudiendo a la biblioteca del plantel, etcétera).</p> <p>En plenaria se analizará un conjunto de triángulos rectángulos semejantes, con la finalidad de que el alumnado identifique que las razones trigonométricas son invariantes.</p> <p>El alumnado puede elaborar un organizador gráfico en el que defina las razones trigonométricas, destaque su utilidad para resolver problemas, y presente conclusiones al respecto.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Calcula los valores de las razones trigonométricas para los ángulos de <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math> y <math>60^\circ</math>.</p>	<p>Solución de triángulos rectángulos especiales.</p>	<p>El profesorado implementa actividades para que el alumnado obtenga, sin calculadora, las magnitudes exactas de las razones trigonométricas para los ángulos de <math>30^\circ</math>, <math>60^\circ</math> y <math>45^\circ</math>. Para los dos primeros ángulos se sugiere el uso de un triángulo equilátero y para el tercero se puede emplear un triángulo rectángulo isósceles. Al cierre de la sesión, el alumnado discute y presenta los pasos detallados necesarios con los que se obtuvieron dichas magnitudes.</p> <p>Se sugiere complementar con ejercicios que involucren esos ángulos para ser resueltos sin calculadora.</p> <p>Se puede utilizar algún recurso tecnológico para contrastar las magnitudes obtenidas y se forme en el uso adecuado de la calculadora en los distintos modos: grado (DEG), radianes (RAD) y gradianes (GRAD).</p>
<p>Resuelve problemas que involucren triángulos rectángulos.</p>	<p>Solución de problemas de aplicación:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ángulo de elevación.</li> <li>• Ángulo de depresión.</li> <li>• Distancias inaccesibles.</li> <li>• Cálculo de áreas.</li> </ul>	<p>El profesorado propone problemas o situaciones donde el alumnado pueda aplicar la relación entre los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo, en los cuales estén presentes los ángulos de elevación, de depresión o de distancias inaccesibles. Como sugerencia se puede:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver problemas de corte geométrico.</li> <li>• Calcular componentes axiales de una fuerza.</li> <li>• Determinar el área de un polígono regular.</li> <li>• Resolver problemas de lugares inaccesibles, por ejemplo, el perímetro de la Tierra, distancia de la Tierra al Sol, el cálculo del diámetro del Sol, etcétera.</li> </ul>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Deduces algunas identidades trigonométricas fundamentales. Emplea las identidades trigonométricas fundamentales para mostrar la equivalencia de expresiones trigonométricas.</p>	<p>Identidades trigonométricas fundamentales:</p> <p><b>De cocientes:</b></p> $\tan A = \frac{\operatorname{sen} A}{\operatorname{cos} A}$ $\cot A = \frac{\operatorname{cos} A}{\operatorname{sen} A}$ <p><b>Recíprocas</b></p> $\operatorname{sen} A = \frac{1}{\operatorname{csc} A}$ $\operatorname{cos} A = \frac{1}{\operatorname{sec} A}$ $\tan A = \frac{1}{\cot A}$ <p><b>Pitagóricas:</b></p> $\operatorname{sen}^2 A + \operatorname{cos}^2 A = 1$ $1 + \tan^2 A = \operatorname{sec}^2 A$ $1 + \cot^2 A = \operatorname{csc}^2 A$	<p>El grupo, con la orientación del profesorado, deduce las identidades trigonométricas fundamentales.</p> <p>Para garantizar la retención de tales identidades, el profesorado propone ejercicios tipo que involucren tales identidades.</p> <p>Se sugiere que el alumnado revise materiales interactivos propuestos por el profesorado como complemento.</p> <p>El alumnado puede elaborar materiales audiovisuales (carteles, videos en redes sociales, etcétera) en los que demuestre alguna de estas identidades o presente su aplicación.</p>
<p>Deduces la ley de senos. Deduces la ley de cosenos. Resuelve problemas que involucren la ley de senos, la ley de cosenos o ambas sobre triángulos oblicuángulos.</p>	<p>Resolución de triángulos oblicuángulos:</p> <p>Ley de senos.</p> <p>Ley de cosenos.</p> <p>Problemas de aplicación.</p>	<p>El grupo, con orientación del profesorado, deduce la ley de senos y la ley de cosenos. Resuelve problemas de aplicación:</p> <p>Cálculo de distancias inaccesibles en construcciones o accidentes geográficos.</p> <p>Cálculo de áreas de terrenos de contornos poligonales por triangulación, etcétera.</p>

## **Evaluación**

El profesorado realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del alumnado sobre el ambiente, el desempeño profesorado y la efectividad de las actividades, se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que puede tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). También portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación, para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes y proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación, a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

### **Diagnóstica**

Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado, necesarios para abordar la trigonometría.

### **Formativa**

Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.

### **Sumativa**

Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados.



## Referencias

### Para el alumnado

#### Básicas

- Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). *Matemáticas III: enfoque por competencias*. 5ª. ed. McGraw-Hill/Interamericana.
- Oteyza de Oteyza, E. de. (2011). *Geometría analítica*. 3ª. ed. Pearson Educación.
- Oteyza de Oteyza, et al. (2007) *Conocimientos fundamentales de matemáticas, trigonometría y geometría analítica*. Pearson Educación.
- Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: geometría analítica básica*. Grupo Editorial Patria.

#### Complementarias

- Ayres, F. Jr. *Trigonometría plana y esférica*. McGraw-Hill/Interamericana de México.
- Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 3. Libro de trabajo para el bachillerato general*. Trillas.
- Fuenlabrada de la Vega Trucíos, S., & Fuenlabrada Velázquez, I. R. (2013). *Geometría y trigonometría*. 4a. ed. McGraw-Hill/Interamericana.
- Lehmann, C. (2008). *Geometría analítica*. Limusa

## Para el profesorado

### Básicas

- Aguilar Márquez, A., Bravo Vázquez, F. V., Gallegos Ruiz, H. A., Cerón Villegas, M., y Reyes Figueroa, R. (2009). *Geometría analítica*. Pearson Educación.
- Bernal Garduño, R. (2008). *Trigonometría: EPOEM*. McGraw-Hill/Interamericana.
- Cuéllar Carvajal, J. A. (2012). *Geometría analítica*. McGraw-Hill.
- Clemens, S. R., O' Daffer, P. G., y Cooney, T. J. (1998). *Geometría*. Pearson.
- Cortina, J., y Escudero, P. (2021). *Introducción a la geometría analítica*. Fondo Editorial Universidad del Pacífico.
- Lehmann, C. (2008). *Geometría analítica*. Limusa.
- Oteyza de Oteyza, E. de, Lam Osnaya, E., Hernández Garciadiego, C., Carrillo Hoyo, Á. M., y Ramírez Flores, A. (2011). *Geometría analítica* 3a. edición. Pearson Educación.
- Oteyza de Oteyza, E. de, Lam, E., Hernández, C., Carrillo, A., y Ramírez, A. (2015). *Geometría analítica y trigonometría* (tercera edición). Pearson.
- Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: Geometría analítica básica*. Grupo Editorial Patria.
- Swokowski, E., Cole, J. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. 13ª ed. Cengage Learning.

### Complementarias

- Ayres, F. Jr. *Trigonometría plana y esférica*. McGraw-Hill /Interamericana.
- Blanco, L. (1993). "Una clasificación de problemas matemáticos". *Épsilon*, 25 (pp. 49-60).
- Carpinteyro, V. E. (2016), *Geometría analítica*. Grupo Editorial Patria.
- Castañeda de Isla Puga, E. (2000). *Geometría analítica en el espacio*. Facultad de Ingeniería/UNAM.
- CUAIEED, CIGU, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la perspectiva de género (PEG) en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. <http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como-incorporar-la-perspectiva-de-genero.pdf>
- CUAIEED, COUS, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la sustentabilidad en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. [http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como\\_incorporar\\_la\\_sustentabilidad\\_2.pdf](http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como_incorporar_la_sustentabilidad_2.pdf)
- DGTIC, UNAM. (2021). *Guía digital para la utilización de TAC (Tecnologías para el Aprendizaje y el Conocimiento) en diferentes áreas de conocimiento*. UNAM.
- Flores Samaniego, Á. H., & Gómez Reyes, A. (2009). *Aprender matemática, haciendo matemática: la evaluación en el aula*. *Educación matemática*, 21(2), pp.117-142.

- García Reyes, J. (2018). “La formación ciudadana en estudiantes de bachillerato”. *Revista Digital Universitaria* (RDU). <https://www.revista.unam.mx/2018v19n5/formacion-ciudadana-en-estudiantes-de-bachillerato/>
- Holliday, B. (2002). *Geometría analítica con trigonometría*. McGraw-Hill.
- IPN. (2006). *Geometría analítica. Para nivel medio superior: libro para el profesor*. IPN.
- Kindle, J. (1991). *Geometría analítica*. McGraw-Hill.
- Leithold, L. (1987). *El cálculo con geometría analítica*. Harla.
- Max-Neef, M. (2004). *Fundamentos de la transdisciplinariedad*. Universidad Austral de Chile.
- NCFB, UNAM. (2000). *Formación ciudadana*. UNAM.
- Sánchez Vélez, A., & Silva Laya, M. (2022). “Formación ciudadana en universidades de alto desarrollo académico en la Ciudad de México”. *Revista de la Educación Superior*, 51 (202), 1-25.

**NOTA.** Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad profesorado. Algunos pueden encontrarse en plataformas institucionales: Red Universitaria de Aprendizaje, Portal Académico del CCH, BiDi UNAM, además de otros recursos digitales como Geogebra o Khan Academy.

## **UNIDAD 2. ELEMENTOS BÁSICOS DE GEOMETRÍA ANALÍTICA**

### **Presentación de la unidad**

En esta segunda unidad se introduce al alumnado en el método analítico, partiendo de la representación de puntos y de segmentos con las condiciones necesarias y suficientes que los determinan en el plano cartesiano; después, mediante la aplicación del teorema de Pitágoras y las razones trigonométricas, el alumnado obtiene las condiciones analíticas que definen al segmento, y las relaciona con las representaciones gráficas realizadas al principio de esta unidad, para de esta forma comenzar a comprender el método analítico y con ello al final obtener la expresión algebraica y gráfica de algunos lugares geométricos.

Se propone a el profesorado que revise constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.

## Carta descriptiva

Propósito	Tiempo
<p><b>Al finalizar la unidad el alumnado:</b></p> <p>Utilizará algunos conceptos básicos de la geometría euclidiana y algunos lugares geométricos a través del método analítico, para representar y analizar a las curvas y los objetos geométricos que, desde el punto de vista euclidiano, sólo admiten formas particulares de construcción, estudio y análisis de sus elementos.</p>	10 hrs.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
El alumnado:		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el alumnado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado; que contemple la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella debe promover respeto y equidad entre los participantes.
<p>Ubica un punto en el plano cartesiano dadas sus coordenadas.</p> <p>Obtiene las coordenadas de un punto dado en el plano cartesiano.</p> <p>Identifica las abscisas y las ordenadas como distancias dirigidas en el plano cartesiano.</p>	Representación de puntos en el plano cartesiano.	<p>El profesorado introduce los sistemas de coordenadas a través de problemas que hagan ver la necesidad de contar con un sistema de referencia para localizar puntos en un plano, por ejemplo, en mapas, una batalla naval, entre otros.</p> <p>El profesorado puede retomar problemas de variación lineal y cuadrática para que el alumnado ubique puntos en el plano cartesiano, integrando los tres aprendizajes, por ejemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ubicar en el plano cartesiano todos los puntos que cumplan con que la abscisa sea el doble de su ordenada.</li> <li>• Ubicar los puntos cuya ordenada sea el cuadrado de su abscisa.</li> </ul>
<p>Traza un segmento en el plano cartesiano.</p> <p>Describe las condiciones necesarias y suficientes para que otro estudiante pueda localizar un segmento en el plano.</p>	<p>Condiciones necesarias y suficientes para determinar un segmento:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Los puntos extremos.</li> <li>• Un extremo (punto inicial o final), la longitud, y el ángulo de inclinación. Se considera punto inicial el que tiene la menor ordenada.</li> </ul>	El alumnado localiza segmentos en el plano a partir de diversas condiciones, haciendo uso exclusivo de herramientas de trazado (físicas o digitales).

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Deduca la fórmula para determinar la distancia entre dos puntos.</p> <p>Resuelve problemas en los que se tenga que obtener la distancia entre dos puntos.</p>	<p>Distancia entre dos puntos (longitud de un segmento).</p>	<p>El alumnado utiliza sus conocimientos previos para la deducción de la fórmula para la distancia entre dos puntos. El profesorado puede ubicar puntos sobre los ejes cartesianos con la finalidad de obtener la distancia que los separa. Se puede trabajar primero con puntos que formen segmentos paralelos a los ejes y posteriormente emplear segmentos no paralelos a los ejes.</p> <p>El alumnado puede calcular la distancia entre diferentes puntos de un mapa, auxiliándose del plano cartesiano y la fórmula para la distancia entre dos puntos. Con ello también puede calcular áreas de regiones poligonales en el mapa, retomando, por ejemplo, la fórmula de Herón o lo visto en la unidad anterior.</p>
<p>Calcula el ángulo de inclinación de un segmento a partir de las coordenadas de sus puntos extremos.</p> <p>Calcula la pendiente de un segmento a partir de las coordenadas de sus puntos extremos.</p>	<p>Ángulo de inclinación.</p> <p>Pendiente.</p>	<p>El profesorado induce la aplicación del conocimiento adquirido en la primera unidad para obtener la fórmula que proporcione el ángulo de inclinación, aprovechando esto para definir la pendiente como la tangente del ángulo de inclinación.</p> <p>El alumnado puede investigar las características que deben cumplir las rampas de acceso, en particular su pendiente, y determinar si las que existen en su plantel satisfacen dichas condiciones. Para ello, puede ser de utilidad recurrir a aplicaciones de libre acceso como Math City Map.</p>
<p>Localiza un segmento dadas sus condiciones necesarias y suficientes, distintas a su determinación por sus puntos extremos.</p>	<p>Condiciones analíticas necesarias y suficientes para localizar un segmento:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Punto extremo (inicial o final), longitud y ángulo de inclinación.</li> <li>• Punto extremo (inicial o final), longitud y pendiente.</li> </ul>	<p>El alumnado, con orientación del profesorado, retoma el aprendizaje acerca de las condiciones necesarias y suficientes para localizar un segmento y lo comprueba analíticamente, haciendo el ejercicio en el que un integrante del grupo proporciona a otro dichas condiciones para su construcción.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Obtiene las coordenadas del punto que divide a un segmento en una razón dada.</p> <p>Obtiene las coordenadas de los extremos de un segmento, a partir de las coordenadas del punto que lo divide en una razón dada.</p>	<p>Punto que divide al segmento en una razón dada (punto medio, interiores y extremos).</p>	<p>El alumnado, orientado por el profesorado, deduce las fórmulas para determinar las coordenadas del punto que divide a un segmento en una razón dada,</p> $x = \frac{x_1 + rx_2}{1 + r} \quad y \quad y = \frac{y_1 + ry_2}{1 + r}, \text{ con } r \neq -1$ <p>y las aplica, por ejemplo, para determinar las coordenadas del punto medio, los vértices de un triángulo dados los puntos medios de sus lados, etcétera.</p>
<p>Obtiene la expresión algebraica y la gráfica de un lugar geométrico.</p>	<p>Lugares geométricos en el plano cartesiano.</p>	<p>Se recomienda proponer al alumnado la obtención de la expresión algebraica de lugares geométricos sencillos, por ejemplo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• El conjunto de puntos cuya ordenada sea el doble de su abscisa.</li> <li>• La mediatriz de un segmento dado.</li> <li>• Usando la fórmula de la distancia determinar la ecuación del conjunto de puntos que equidistan del origen.</li> </ul>

## Evaluación

El profesorado realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del alumnado sobre el ambiente, el desempeño profesorado y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales), portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación, para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes y proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación, a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

### **Diagnóstica**

Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado, necesarios para abordar los elementos básicos de la geometría analítica.

### **Formativa**

Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado, para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.

### **Sumativa**

Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con los elementos básicos de la geometría analítica.

## **Referencias**

### **Para el alumnado**

#### **Básicas**

Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). *Matemáticas III: enfoque por competencias*. 5ª. edición. McGraw-Hill Interamericana.

Oteyza de Oteyza, E. de. (2011). *Geometría analítica* (3a ed.). Pearson Educación.

Oteyza de Oteyza, et al. (2007) *Conocimientos fundamentales de matemáticas, trigonometría y geometría analítica*. Pearson Educación.

Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: geometría analítica básica*. Grupo Editorial Patria.

#### **Complementarias**

Ayres, F. Jr. *Trigonometría Plana y Esférica*. McGraw-Hill / Interamericana.

Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 3. Libro de trabajo para el bachillerato general*. Trillas.

Fuenlabrada de la Vega Trucíos, S., & Fuenlabrada Velázquez, I. R. (2013). *Geometría y trigonometría*. 4ª ed. McGraw-Hill/Interamericana.



Lehmann, C. (2008). *Geometría Analítica*. Limusa.  
 MathCityMap. (s.f.). *Portal MathCityMap*. Goethe-Universität. <https://mathcity-map.eu/en/portal-en/>

## Para el profesorado

### Básicas

- Aguilar Márquez, A., Bravo Vázquez, F. V., Gallegos Ruiz, H. A., Cerón Villegas, M., y Reyes Figueroa, R. (2009). *Geometría analítica*. Pearson Educación.
- Bernal Garduño, R. (2008). *Trigonometría: EPOEM*. McGraw-Hill/Interamericana.
- Cuéllar Carvajal, J. A. (2012). *Geometría analítica*. McGraw-Hill.
- Clemens, S. R., O' Daffer, P. G., y Cooney, T. J. (1998). *Geometría*. Pearson.
- Cortina, J., y Escudero, P. (2021). *Introducción a la geometría analítica*. Fondo Editorial Universidad del Pacífico.
- Lehmann, C. (2008). *Geometría analítica*. Limusa.
- Oteyza de Oteyza, E. de, Lam Osnaya, E., Hernández Garcíadiego, C., Carrillo Hoyo, Á. M., y Ramírez Flores, A. (2011). *Geometría analítica*. 3a. ed. Pearson Educación.
- Oteyza de Oteyza, E. de, Lam, E., Hernández, C., Carrillo, A., y Ramírez, A. (2015). *Geometría analítica y trigonometría*. 3ª ed. Pearson.
- Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: Geometría analítica básica*. Grupo Editorial Patria.
- Swokowski, E., Cole, J. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. 13ª ed. México: Cengage Learning.

### Complementarias

- Ayres, F. Jr. *Trigonometría plana y esférica*. McGraw-Hill/Interamericana.
- Blanco, L. (1993). "Una clasificación de problemas matemáticos". *Épsilon* 25. Pp. 49-60.
- Carpinteyro, V. E. (2016), *Geometría analítica*. Grupo Editorial Patria.
- Castañeda de Isla Puga, E. (2000). *Geometría analítica en el espacio*. Facultad de Ingeniería/UNAM.
- CUAIEED, CIGU, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la perspectiva de género (PEG) en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. <http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como-incorporar-la-perspectiva-de-genero.pdf>
- CUAIEED, COUS, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la sustentabilidad en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. [http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como\\_incorporar\\_la\\_sustentabilidad\\_2.pdf](http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como_incorporar_la_sustentabilidad_2.pdf)

- DGTIC, UNAM. (2021). *Guía digital para la utilización de TAC (Tecnologías para el Aprendizaje y el Conocimiento) en diferentes áreas de conocimiento*. UNAM.
- Flores Samaniego, Á. H., & Gómez Reyes, A. (2009). “Aprender matemática haciendo matemática: la evaluación en el aula”. *Educación matemática* 21(2). Pp. 117-142.
- García Reyes, J. (2018). “La formación ciudadana en estudiantes de bachillerato”. *Revista Digital Universitaria (RDU)*. doi: <https://www.revista.unam.mx/2018v19n5/formacion-ciudadana-en-estudiantes-de-bachillerato/>
- Holliday, B. (2002). *Geometría analítica con trigonometría*. McGraw-Hill.
- IPN. (2006) *Geometría analítica: para nivel medio superior: libro para el profesor*. IPN.
- Kindle, J. (1991). *Geometría analítica*. Mc Graw-Hill.
- Leithold, L. (1987). *El cálculo con geometría analítica*. Harla.
- Math City Map. (s.f.). *Portal MathCityMap*. Goethe-Universität Frankfurt. <https://mathcitymap.eu/en/portal-en/>
- Max-Neef, M. (2004). *Fundamentos de la transdisciplinariedad*. Universidad Austral de Chile.
- NCFB, UNAM. (2000). *Formación Ciudadana*. UNAM.
- Sánchez Vélez, A., & Silva Laya, M. (2022). “Formación ciudadana en universidades de alto desarrollo académico en la Ciudad de México”. *Revista de la Educación Superior*, 51(202), pp. 1-25.

**NOTA.** Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad profesorado. Algunos pueden encontrarse en plataformas institucionales: Red Universitaria de Aprendizaje, Portal Académico del CCH, BiDi UNAM, además de otros recursos digitales como Geogebra o Khan Academy.

## UNIDAD 3. LA RECTA Y SU ECUACIÓN CARTESIANA

### Presentación de la unidad

Como continuación del curso de Matemáticas III, en esta unidad el alumnado avanzará hacia el estudio de la recta como lugar geométrico y su representación algebraica. Inicialmente se identificarán los elementos que la definen en el plano cartesiano; a partir de estos se estudiará la pendiente como concepto central e invariante para describir su inclinación. Se profundizará en la interpretación geométrica de la pendiente y su conexión con la forma algebraica de la recta.

Después, el alumnado se dirigirá a obtener la ecuación de la recta a partir de dos condiciones dadas, para desarrollar habilidades esenciales que permitan el tránsito entre sus registros de representación. Más adelante se determinará, a través de las pendientes, el ángulo formado por dos rectas que se intersectan, lo que ayudará a determinar las condiciones de paralelismo y perpendicularidad, con lo cual será posible clasificar y entender las relaciones espaciales entre diferentes rectas, lo que permitirá al alumnado tener una mejor comprensión de la relación entre las ecuaciones y su representación geométrica.

Finalmente, se utilizarán estos conocimientos en la modelación y resolución de problemas contextualizados, permitiendo que el alumnado brinde una interpretación de los resultados obtenidos. La comprensión gradual de estos conceptos le permitirá consolidar su comprensión de la recta y su ecuación cartesiana, y a su vez le dotará de los elementos necesarios para continuar el estudio de las siguientes unidades, donde se presentan otras secciones cónicas. Las estrategias de enseñanza que se sugiere utilizar incluyen enseñanza directa, resolución de problemas prácticos, discusiones en grupo, el uso de software matemático que favorece la exploración visual, el reconocimiento de patrones de comportamiento y la formulación de conjeturas; así mismo, se sugiere incluir proyectos de modelación y evaluación continua. En conjunto, esta unidad busca no solo dotar al alumnado de herramientas matemáticas, sino también de la capacidad de aplicarlas de manera significativa en diversos contextos, consolidando así su comprensión y habilidades en geometría analítica.

Se propone al profesorado que revise constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.

## Carta descriptiva

Propósito	Tiempo
<p><b>Al finalizar la unidad, el alumnado:</b></p> <p>Transitará entre las representaciones gráfica y algebraica de la recta dados los diversos elementos que la definen, utilizando el método analítico que, en conjunto, le permitirá resolver problemas geométricos en diversos contextos.</p>	20 hrs.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
El alumnado:		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el alumnado realice actividades de aprendizaje individual, en equipo o en plenarias, propuestas por el profesorado; estas deben contemplar la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella debe promover respeto y equidad entre los participantes.
<p>Conoce el origen del estudio de las secciones cónicas y su importancia. Identifica los elementos que definen la recta. Describe a la recta como un lugar geométrico, utilizando el concepto de pendiente. Obtiene la ecuación de una recta, dadas dos condiciones.</p>	<p>Bosquejo histórico del estudio de las secciones cónicas.</p> <p>Elementos que determinan una recta:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dos puntos.</li> <li>• Un punto y la pendiente.</li> <li>• Un punto y el ángulo de inclinación.</li> </ul> <p>La recta como lugar geométrico</p> <p>Ecuación de la recta dados:</p> <p>Dos puntos</p> $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$ <p>Un punto y la pendiente</p> $y - y_1 = m (x - x_1)$ <p>La pendiente y la ordenada al origen</p> $y = mx + b$ <p>Un punto y el ángulo de inclinación</p> $y - y_1 = \tan \alpha (x - x_1)$	<p>El profesorado inicia con un breve bosquejo histórico del estudio de las secciones cónicas, y propone que el alumnado elabore una investigación sobre las aportaciones de Menecmo, Apolonio de Perga, Johannes Kepler, René Descartes, Fermat, Euler y Gauss, entre otros.</p> <p><b>El profesorado:</b></p> <p>Pide al alumnado proporcionar una definición de la recta y partiendo de ésta se identifican los elementos que la definen, haciendo énfasis en su pendiente para aterrizar al concepto de recta como lugar geométrico.</p> <p>Plantea ejercicios donde se proporcionan dos de los elementos de la recta y se traza su gráfica para la comprensión de la representación analítica de la recta. Se puede generalizar a través del uso de un software dinámico.</p> <p>A partir de la fórmula de la pendiente y el análisis gráfico de una recta, obtiene las ecuaciones de la recta dadas dos condiciones. Propone ejercicios donde el alumnado obtenga la ecuación de la recta dadas dos condiciones y su representación gráfica.</p> <p>El alumnado, con orientación del profesorado, analiza el papel que juegan los parámetros <math>m</math> y <math>b</math> en la ecuación <math>y = mx + b</math>.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Determina el ángulo que se forma cuando dos rectas se cortan, en términos de sus pendientes.</p>	<p>Ángulo entre dos rectas en términos de sus pendientes.</p>	<p>El profesorado guía la obtención de la relación entre el ángulo de corte de dos rectas y los ángulos de inclinación de éstas, así como la interpretación de la relación anterior en términos de pendientes y tangentes; posteriormente, puede proporcionar la fórmula de ángulos entre dos rectas</p> $\tan \theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 m_1}, m_1 \cdot m_2 \neq -1$ <p>y realizar un análisis geométrico de los ángulos de dichas rectas trasladando el origen al punto de intersección de ellas.</p>
<p>Identifica cuando dos rectas son paralelas, perpendiculares o ninguna de las dos, a partir de sus ecuaciones. Determina las ecuaciones de rectas paralelas o perpendiculares a otra dada.</p>	<p>Condiciones y relaciones de paralelismo y perpendicularidad.</p>	<p>Con orientación del profesorado, el alumnado: A partir del análisis de los valores de las pendientes en la fórmula del ángulo entre dos rectas, estudia los casos en que el ángulo es de <math>0^\circ</math> y <math>90^\circ</math>. Resuelve ejercicios donde se tenga la necesidad de obtener la ecuación de una recta perpendicular o paralela a otra (mediatriz, alturas, entre otras).</p>
<p>Identifica los elementos que conforman la estructura de las diferentes ecuaciones de la recta (ordinaria o canónica, general y simétrica) y su importancia. Transita en las diferentes formas de la ecuación de la recta (ordinaria o canónica, general y simétrica).</p>	<p>Ecuación de la recta: Ordinaria o canónica</p> $y = mx + b$ <p>General</p> $Ax + By + C = 0$ <p>Simétrica.</p> $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$	<p>El profesorado propone ejercicios con las diferentes formas de la recta, para que el alumnado transite de una forma de la ecuación de la recta a las demás.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Calcula la distancia de un punto a una recta.</p> <p>Resuelve problemas en diferentes contextos, que involucren las distintas formas de la ecuación de la recta.</p>	<p>Distancia de una recta a un punto.</p> <p>Problemas en diferentes contextos que empleen las distintas formas de la ecuación de la recta.</p> <p>Ecuaciones de las rectas notables del triángulo (mediatrices, medianas y alturas).</p>	<p>El profesorado discute con el alumnado el proceso para calcular la distancia entre un punto y una recta, así como su extensión al caso general, llegando a:</p> <p>Si <math>l</math> tiene por ecuación <math>Ax + By + C = 0</math> y <math>P</math> tiene coordenadas <math>(x_1, y_1)</math>, entonces la distancia de <math>P</math> a <math>l</math> está dada por:</p> $d = \frac{ Ax_1 + By_1 + C }{\sqrt{A^2 + B^2}}$ <p>Puede plantear problemas para que el alumnado calcule la distancia entre dos rectas paralelas.</p> <p>Plantea problemas para que el alumnado los resuelva utilizando la temática indicada. Puede sugerir el uso de estrategias pertinentes, por ejemplo: verificar que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es <math>180^\circ</math>, la determinación de los puntos notables de un triángulo.</p> <p><b>El alumnado:</b></p> <p>Utiliza software dinámico para resolver problemas relacionados con la temática.</p> <p>Resuelve problemas en contexto que lleven a la ecuación de una recta.</p> <p>Resuelve problemas que permitan la interpretación de los parámetros de la recta en diversos contextos.</p> <p>Resuelve problemas que se modelicen con una ecuación lineal, y lleven a la predicción de eventos.</p> <p>Resuelve problemas que involucren todos los conceptos vistos en la unidad.</p> <p>Se pueden plantear situaciones que sean susceptibles de modelarse con la ecuación de la recta, proporcionando parejas de datos; por ejemplo, sobre derretimiento del hielo polar en relación con la concentración de <math>\text{CO}_2</math> en la atmósfera, el nivel del mar respecto a la temperatura media global, entre otros.</p>

## **Evaluación**

El profesorado realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del alumnado sobre el ambiente, el desempeño profesorado y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición, y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes y proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación, a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

## **Diagnóstica**

Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado, necesarios para abordar el estudio de la recta como lugar geométrico y su ecuación cartesiana.

## **Formativa**

Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.

## **Sumativa**

Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con la recta como lugar geométrico.

## Referencias

### Para el alumnado

#### Básicas

- Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). *Matemáticas III: enfoque por competencias* (quinta edición). McGraw-Hill/Interamericana.
- Oteyza de Oteyza, E. de. (2011). *Geometría analítica*. 3ª ed. Pearson Educación.
- Oteyza de Oteyza, et al. (2007). *Conocimientos fundamentales de matemáticas, trigonometría y geometría analítica*. Pearson Educación.
- Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: geometría analítica básica*. Grupo Editorial Patria.

#### Complementarias

- Ayres, F. Jr. (s/f). *Trigonometría plana y esférica*. Mc Graw-Hill/Interamericana.
- Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 3. Libro de trabajo para el bachillerato general*. Trillas.
- Fuenlabrada de la Vega Trucios, S., & Fuenlabrada Velázquez, I. R. (2013). *Geometría y trigonometría*. 4ª. edición. McGraw-Hill/Interamericana
- Lehmann, C. (2008). *Geometría analítica*. Limusa.

### Para el profesorado

#### Básicas

- Aguilar Márquez, A., Bravo Vázquez, F. V., Gallegos Ruiz, H. A., Cerón Villegas, M., y Reyes Figueroa, R. (2009). *Geometría analítica*. Pearson Educación.
- Bernal Garduño, R. (2008). *Trigonometría: EPOEM*. McGraw-Hill/Interamericana.
- Cuéllar Carvajal, J. A. (2012). *Geometría analítica*. McGraw-Hill.
- Clemens, S. R., O'Daffer, P. G., y Cooney, T. J. (1998). *Geometría*. Pearson.
- Cortina, J., y Escudero, P. (2021). *Introducción a la geometría analítica*. Fondo Editorial Universidad del Pacífico.
- Lehmann, C. (2008). *Geometría analítica*. Limusa.
- Oteyza de Oteyza, E. de, Lam Osnaya, E., Hernández Garcíadiego, C., Carrillo Hoyo, Á. M., y Ramírez Flores, A. (2011). *Geometría analítica*. 3ª ed. Pearson Educación.
- Oteyza de Oteyza, E. de, Lam, E., Hernández, C., Carrillo, A., y Ramírez, A. (2015). *Geometría analítica y trigonometría*. 3ª ed. Pearson.



- Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: Geometría analítica básica*. Grupo Editorial Patria.
- Swokowski, E., Cole, J. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. 13<sup>a</sup> ed. Cengage Learning.

### Complementarias

- Ayres, F. Jr. *Trigonometría plana y esférica*. McGraw-Hill/Interamericana.
- Blanco, L. (1993). "Una clasificación de problemas matemáticos". *Épsilon*, 25. Pp. 49-60.
- Carpinteyro, V. E. (2016). *Geometría analítica*. Patria.
- Castañeda de Isla Puga, E. (2000). *Geometría analítica en el espacio*. Facultad de Ingeniería/UNAM.
- CUAIEED, CIGU, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la perspectiva de género (PEG) en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. <http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como-incorporar-la-perspectiva-de-genero.pdf>
- CUAIEED, COUS, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la sustentabilidad en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. [http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como\\_incorporar\\_la\\_sustentabilidad\\_2.pdf](http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como_incorporar_la_sustentabilidad_2.pdf)
- DGTIC, UNAM. (2021). *Guía digital para la utilización de TAC (Tecnologías para el Aprendizaje y el Conocimiento) en diferentes áreas de conocimiento*. UNAM.
- Flores Samaniego, Á. H., & Gómez Reyes, A. (2009). "Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula". *Educación Matemática*, 21(2), pp. 117-142.
- García Reyes, J. (2018). "La formación ciudadana en estudiantes de bachillerato". *Revista Digital Universitaria (RDU)*. doi: <https://www.revista.unam.mx/2018v19n5/formacion-ciudadana-en-estudiantes-de-bachillerato/>
- Holliday, B. (2002). *Geometría analítica con trigonometría*. McGraw-Hill.
- Instituto Politécnico Nacional. (2006) *Geometría analítica: para nivel medio superior: Libro para el profesor*. IPN.
- Kindle, J. (1991). *Geometría analítica*. Mc Graw-Hill.
- Leithold, L. (1987). *El cálculo con geometría analítica*. Harla.
- Max-Neef, M. (2004). *Fundamentos de la transdisciplinariedad*. Universidad Austral de Chile.
- NCFB, UNAM. (2000). *Formación Ciudadana*. UNAM.
- Sánchez Vélez, A., & Silva Laya, M. (2022). "Formación ciudadana en universidades de alto desarrollo académico en la Ciudad de México". *Revista de la Educación Superior*, 51(202). Pp. 1-25.

**NOTA.** Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad profesorado. Algunos pueden encontrarse en plataformas institucionales: Red Universitaria de Aprendizaje, Portal Académico del CCH, BiDiUNAM, además de otros recursos digitales como Geogebra o Khan Academy.

## UNIDAD 4. LA PARÁBOLA Y SU ECUACIÓN CARTESIANA

### Presentación de la unidad

La cuarta unidad de Matemáticas III aborda el estudio de la parábola como un lugar geométrico, sus representaciones geométrica y algebraica y las conexiones que existen entre ambas, en un contexto de resolución de problemas diversos.

Puede iniciar proporcionando al alumnado la oportunidad de inducir la propiedad (equidistancia a un punto y una recta) que deben cumplir los puntos que constituyen una parábola, lo cual también llevaría a un reconocimiento de los elementos importantes en esta curva –vértice, foco, directriz, lado recto–; a partir de ello se puede obtener la ecuación de este lugar geométrico y comenzar a transitar entre sus representaciones geométrica y algebraica. Posteriormente, puede introducirse la existencia de las formas ordinaria y general de dicha ecuación y construir, junto con el alumnado, los procedimientos que permiten pasar de una a otra, insistiendo en la importancia de transitar entre diversas representaciones de un mismo objeto y continuar apuntalando habilidades de resolución de problemas. Es importante mantener presente que la actividad del alumnado es el centro de la clase, de manera que puedan construir sus propios aprendizajes colaborando con sus pares y con el profesorado .

Se propone al profesorado que revise constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.

## Carta descriptiva

Propósito	Tiempo
<p><b>Al finalizar la unidad, el alumnado:</b></p> <p>Identificará a la parábola en sus representaciones algebraica y geométrica, y transitará entre estas formas de representación. Resolverá problemas en el ámbito matemático y de contexto que involucren a la parábola y sus propiedades.</p>	15 hrs.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p><b>El alumnado:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Identifica los elementos que definen la parábola.</li> <li>Reconoce la simetría de esta curva.</li> <li>Determina por inducción la propiedad que define a la parábola como lugar geométrico.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>La parábola como lugar geométrico.</li> <li>Elementos que la determinan: foco, directriz, eje de simetría, vértice y lado recto.</li> </ul>	<p>Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el alumnado realice actividades de aprendizaje individual, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemple la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella debe promover respeto y equidad entre los participantes.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>El profesorado propone la construcción de una parábola con material concreto (por ejemplo, doblado de papel) o mediante el uso de <i>software</i> de geometría dinámica. En plenaria o en equipo, el alumnado analiza la propiedad común que tienen los puntos generados, con el propósito de llegar a la definición como lugar geométrico.</li> <li>Aprovechando una construcción, el profesorado señala algunos puntos y rectas especiales como foco y directriz y plantea actividades para que el alumnado identifique la propiedad de equidistancia de los puntos de la parábola respecto al foco y directriz.</li> </ul>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determina la ecuación de una parábola con vértice en el origen con base en su definición.</li> <li>• Determina la ecuación de una parábola con vértice fuera del origen, con base en su definición.</li> <li>• Determina que un punto pertenece a una parábola si y sólo si, sus coordenadas satisfacen la ecuación correspondiente.</li> </ul>	<p>Ecuación ordinaria de la parábola, vertical u horizontal. con vértice en el origen o fuera de él.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Con base en la gráfica de una parábola, en la que se señalan foco, directriz y un punto <math>P(x, y)</math> sobre la curva, el alumnado –con la ayuda mínima del profesorado– determina la ecuación de la parábola.</li> <li>• Para una parábola determinada, el profesorado proporciona algunos puntos y pide al alumnado que verifique si le pertenecen.</li> </ul>
<p>Traza la gráfica de una parábola a partir de dos datos: foco-vértice, vértice-directriz, etcétera, y determina su ecuación ordinaria.</p> <p>Obtiene la ecuación general de una parábola a partir de la ecuación ordinaria.</p>	<p>Vértice, eje de simetría, foco, directriz y lado recto de una parábola.</p> <p>Ecuación ordinaria de la parábola e interpretación de sus parámetros, <math>h</math>, <math>k</math> y <math>p</math> en</p> $(x - h)^2 = \pm 4p(y - k),$ $(y - k)^2 = \pm 4p(x - h).$ <p>Ecuación general de la parábola.</p>	<p>El profesorado plantea problemas en los que el alumnado deba encontrar los elementos de una parábola a partir de su ecuación ordinaria.</p> <p>El alumnado resuelve problemas en los que, dados dos datos (foco-vértice, vértice-directriz, lado recto-vértice y lado recto-directriz) obtenga el bosquejo de la parábola, así como su ecuación ordinaria y a partir de ésta la ecuación general.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Transita de la representación algebraica a la geométrica de una parábola.</p> <p>Transita de la representación geométrica a la algebraica de una parábola.</p>	<p>Representación algebraica y gráfica de la parábola.</p>	<p>El profesorado propone ecuaciones ordinarias de parábolas y el alumnado las grafica. Asimismo, el profesorado propone el problema inverso: a partir de la gráfica de una parábola, obtener su ecuación ordinaria.</p> <p>Se sugiere trabajar con software dinámico para que el alumnado induzca el papel que juegan los parámetros en la gráfica. En caso de no disponer de tecnología, se puede trabajar con impresiones en papel de distintas parábolas, que muestren diversas orientaciones y posiciones del vértice y las ecuaciones ordinarias correspondientes, para ayudar al alumnado a determinar el papel de los parámetros <math>h</math>, <math>k</math> y <math>p</math>.</p>
<p>Transforma la ecuación general a la ordinaria para determinar sus elementos.</p>	<p>Transformación de la ecuación general a la ordinaria.</p>	<p>El profesorado, a partir de la discusión de lo que representan los parámetros de la ecuación ordinaria, plantea a los y las estudiantes el problema de encontrar los elementos de una parábola cuando sólo se conoce su ecuación en la forma general.</p> <p>Se sugiere inducir al alumnado a que desarrolle el binomio de la forma ordinaria para llegar a la forma general, y luego de la general completar el cuadrado para llegar de nuevo a la ordinaria; enseguida relacionar ambas y encontrar los elementos.</p>
<p>Resuelve problemas que involucren la intersección de una recta con una parábola.</p> <p>Resuelve problemas que involucren la intersección de dos parábolas.</p>	<p>Sistemas 2x2 formados por las ecuaciones de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Una línea recta y una parábola.</li> </ul> <p>Dos parábolas.</p>	<p>El profesorado podría aprovechar la discusión de problemas que conlleven el planteamiento de sistemas de ecuaciones 2x2 no lineales, para plantear métodos de solución y luego pedir que el alumnado verifique sus soluciones; al principio con lápiz y papel, y posteriormente empleando software dinámico.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Resuelve problemas de aplicación.	Resolución de problemas en diversos contextos.	<p>El profesorado puede proponer problemas con diferentes contextos:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Arcos, puentes o socavones para que el alumnado determine si es posible ajustarlos a una parábola.</li> <li>• Determinar los elementos de la cónica en antenas parabólicas, espejos de telescopios, radiotelescopios, espejos de linternas, reflectores de proyectores, trayectorias de cuerpos en movimiento parabólico, etcétera.</li> </ul> <p>La forma de atacar estos problemas y su solución puede debatirse en sesión plenaria, en donde todos tengan posibilidad de hacer aportaciones y contribuir al avance del grupo.</p> <p>Promover discusiones en las que se valore la utilidad e importancia de los conocimientos construidos sobre parábolas.</p> <p>Plantear al alumnado la realización de un proyecto en el que se diseñe y elabore una estufa solar que aproveche las propiedades de la parábola para concentrar los rayos solares, con lo que podría incorporarse una discusión sobre ahorro de energía, energías renovables, temas relativos a la sustentabilidad.</p>

## Evaluación

El profesorado realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del alumnado sobre el ambiente, el desempeño profesorado y la efectividad de las actividades, se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes y proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación, a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

## Diagnóstica

Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado, necesarios para abordar el estudio de la parábola como lugar geométrico y su ecuación cartesiana.

### **Formativa**

Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.

### **Sumativa**

Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con la parábola como lugar geométrico.

## **Referencias**

### **Para el alumnado**

#### **Básicas**

- Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). *Matemáticas III: enfoque por competencias* (5a. edición). McGraw-Hill/Interamericana.
- Oteyza de Oteyza, E. de. (2011). *Geometría analítica*. 3<sup>a</sup>. ed. Pearson Educación.
- Oteyza de Oteyza, et al. (2007). *Conocimientos fundamentales de matemáticas, trigonometría y geometría analítica*. Pearson Educación.
- Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: geometría analítica básica*. Grupo Editorial Patria.

#### **Complementarias**

- Ayres, F. Jr. (s/f). *Trigonometría plana y esférica*. McGraw-Hill/Interamericana.
- Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 3. Libro de trabajo para el bachillerato general*. Trillas.
- Fuenlabrada de la Vega Trucios, S., & Fuenlabrada Velázquez, I. R. (2013). *Geometría y trigonometría*. 4<sup>a</sup>. ed. McGraw-Hill/Interamericana.
- Lehmann, C. (2008). *Geometría analítica*. Limusa



## Para el profesorado

### Básicas

- Aguilar Márquez, A., Bravo Vázquez, F. V., Gallegos Ruiz, H. A., Cerón Villegas, M., y Reyes Figueroa, R. (2009). *Geometría analítica*. Pearson Educación.
- Bernal Garduño, R. (2008). *Trigonometría: EPOEM*. McGraw-Hill/Interamericana.
- Cuéllar Carvajal, J. A. (2012). *Geometría analítica*. McGraw-Hill.
- Clemens, S. R., O’Daffer, P. G., y Cooney, T. J. (1998). *Geometría*. Pearson.
- Cortina, J., y Escudero, P. (2021). *Introducción a la geometría analítica*. Fondo Editorial Universidad del Pacífico.
- Lehmann, C. (2008). *Geometría analítica*. Limusa.
- Oteyza de Oteyza, E. de, Lam Osnaya, E., Hernández Garciadiego, C., Carrillo Hoyo, Á. M., y Ramírez Flores, A. (2011). *Geometría analítica* (3ª edición). Pearson Educación.
- Oteyza de Oteyza, E. de, Lam, E., Hernández, C., Carrillo, A., y Ramírez, A. (2015). *Geometría analítica y trigonometría* (3ª edición). Pearson.
- Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: Geometría analítica básica*. Grupo Editorial Patria.
- Swokowski, E., Cole, J. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. 13ª ed. Cengage Learning.

### Complementarias

- Ayres, F. Jr. *Trigonometría plana y esférica*. McGraw-Hill/Interamericana.
- Blanco, L. (1993) “Una clasificación de problemas matemáticos”. *Épsilon*, 25. Pp. 49-60.
- Carpinteyro, V. E. (2016), *Geometría analítica*. Patria.
- Castañeda de Isla Puga, E. (2000). *Geometría analítica en el espacio*. Facultad de Ingeniería/UNAM.
- CUAIEED, CIGU, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la perspectiva de género (PEG) en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. <http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como-incorporar-la-perspectiva-de-genero.pdf>
- CUAIEED, COUS, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la sustentabilidad en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. [http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como\\_incorporar\\_la\\_sustentabilidad\\_2.pdf](http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como_incorporar_la_sustentabilidad_2.pdf)
- DGTIC, UNAM. (2021). *Guía digital para la utilización de TAC (Tecnologías para el Aprendizaje y el Conocimiento) en diferentes áreas de conocimiento*. UNAM.
- Flores Samaniego, Á. H., & Gómez Reyes, A. (2009). “Aprender matemática, haciendo matemática: la evaluación en el aula”. *Educación Matemática*, 21(2). Pp. 117-142.

- García Reyes, J. (2018). “La formación ciudadana en estudiantes de bachillerato”. *Revista Digital Universitaria* (RDU). doi: <https://www.revista.unam.mx/2018v19n5/formacion-ciudadana-en-estudiantes-de-bachillerato/>
- Holliday, B. (2002). *Geometría analítica con trigonometría*. McGraw-Hill.
- Instituto Politécnico Nacional. (2006) *Geometría analítica: para nivel medio superior: libro para el profesor*. IPN.
- Kindle, J. (1991). *Geometría analítica*. McGraw-Hill.
- Leithold, L. (1987). *El cálculo con geometría analítica*. Harla.
- Max-Neef, M. (2004). “Fundamentos de la Transdisciplinariedad”. Universidad Austral de Chile.
- NCFB, UNAM. (2000). *Formación Ciudadana*. UNAM.
- Sánchez Vélez, A., & Silva Laya, M. (2022). “Formación ciudadana en universidades de alto desarrollo académico en la Ciudad de México”. *Revista de la Educación Superior*, 51(202), pp.1-25

**NOTA.** Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad profesorado. Algunos pueden encontrarse en plataformas institucionales: Red Universitaria de Aprendizaje, Portal Académico del CCH, BiDiUNAM, además de otros recursos digitales como Geogebra o Khan Academy.

## **UNIDAD 5. LA CIRCUNFERENCIA, LA ELIPSE Y SUS ECUACIONES CARTESIANAS**

### **Presentación de la unidad**

En esta unidad se continuará con el estudio de la circunferencia y la elipse. En la primera parte, el alumnado, con apoyo del profesorado, avanzará en el análisis de la circunferencia como lugar geométrico a partir de la resolución de problemas de corte geométrico y empleando algún software de geometría dinámica, e identificará los elementos que la definen. Posteriormente, deducirá las ecuaciones ordinaria y general de la circunferencia, para realizar el bosquejo de la gráfica en el plano cartesiano. Finalmente, promoviendo la apreciación y la conexión con aplicaciones del mundo real, aplicará sus conocimientos para resolver problemas de contextos diversos.

En la segunda parte, el alumnado, con la guía del profesorado, avanzará en el estudio de la elipse como lugar geométrico a partir de su construcción (por ejemplo, usando el método del jardinero, con doblado de papel, o bien empleando algún software de geometría dinámica), identificará sus elementos y los utilizará para realizar el bosquejo de la gráfica. Posteriormente, deducirá las ecuaciones ordinaria y general, así como la transformación de una a la otra para identificar el papel de sus parámetros en la gráfica. Al finalizar, el alumnado aplicará sus conocimientos adquiridos para resolver distintos problemas contextualizados, con el fin de avanzar en la consolidación del método analítico.

Se propone al profesorado revisar constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.

## Carta descriptiva

Propósito	Tiempo
<p><b>Al finalizar la unidad el alumnado:</b></p> <p>Obtendrá las ecuaciones cartesianas de la circunferencia y la elipse, así como sus gráficas, dado cualquier conjunto de elementos definitorios y viceversa. Resolverá problemas donde tales curvas se presenten, con el fin de avanzar en la consolidación del método analítico y desarrollar su habilidad de reconocimiento de formas y estructuras.</p>	20 hrs.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p><b>El alumnado:</b></p>		<p>Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el alumnado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella debe promover respeto y equidad entre los participantes.</p>
<p>Identifica los elementos que definen a la circunferencia. Obtiene la definición de circunferencia como lugar geométrico. Deducir la ecuación ordinaria de la circunferencia con centro en el origen. Deducir la ecuación ordinaria de la circunferencia con centro fuera del origen. Graficar una circunferencia a partir de su ecuación ordinaria.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La circunferencia como lugar geométrico.</li> <li>• Elementos que definen a la circunferencia.</li> <li>• Ecuación ordinaria de la circunferencia con centro en el origen y fuera de él.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Usando lápiz y papel, o con ayuda de un software de geometría dinámica, el alumnado, junto con el profesorado, explora algunos problemas para identificar qué puntos satisfacen la definición de circunferencia como lugar geométrico e identifica sus elementos.</li> <li>• A partir de la definición de circunferencia, el alumnado deduce la ecuación ordinaria de varias circunferencias con centro en el origen y fuera del origen.</li> <li>• A fin de garantizar la comprensión de la representación algebraica, el profesorado proporciona las coordenadas de varios puntos para verificar si éstos pertenecen o no a una circunferencia.</li> <li>• Es importante que el alumnado trabaje varios ejemplos para determinar la representación gráfica de la circunferencia a partir de su ecuación ordinaria.</li> </ul>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Obtiene la ecuación general de la circunferencia a partir de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La forma ordinaria.</li> <li>• Sus elementos (centro y radio).</li> <li>• Su gráfica.</li> </ul>	Ecuación general.	<p><b>El profesorado propone:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ecuaciones de la circunferencia en forma ordinaria, para que el alumnado desarrolle las operaciones indicadas y obtenga la ecuación general e identifique el tipo de términos que la componen.</li> <li>• Las coordenadas del centro y el radio de una circunferencia para que el alumnado determine la ecuación en su forma ordinaria y posteriormente la ecuación general.</li> <li>• Gráficas de circunferencias en las cuales se pueda localizar el centro y obtener el radio para llegar a la ecuación general. Para esta última parte, el profesorado puede emplear algún <i>software</i> de geometría dinámica para proyectar varias circunferencias en el plano cartesiano.</li> </ul>
<p>Obtiene la ecuación ordinaria de la circunferencia a partir de la ecuación general.</p> <p>Grafica una circunferencia a partir de su ecuación general.</p>	Relación entre ecuación ordinaria y ecuación general.	El profesorado propone ecuaciones de la circunferencia en su forma general, y con su orientación solicita que el alumnado realice las operaciones pertinentes para obtener la ecuación ordinaria (método de completar cuadrados), identifique sus elementos y los emplee para graficar.
Resuelve problemas de corte geométrico.	Problemas de aplicación.	<p>Resuelve problemas, por ejemplo, determinar las ecuaciones de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La tangente a una circunferencia.</li> <li>• La circunferencia con centro en un punto dado y que es tangente a una recta dada.</li> <li>• La circunferencia que pasa por tres puntos.</li> <li>• Determinar la intersección entre una recta y una circunferencia.</li> </ul> <p>Resuelve problemas con diferentes contextos en los que intervenga la ecuación cartesiana de la circunferencia:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ruedas de la fortuna.</li> <li>• Ruedas de bicicletas.</li> <li>• Relojes analógicos.</li> <li>• Especificaciones sobre llantas de automóviles.</li> <li>• Propagación de ondas sísmicas desde su epicentro.</li> <li>• Etcétera.</li> </ul>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Identifica los elementos y la propiedad de simetría de la elipse. Obtiene la definición de elipse como lugar geométrico.</p>	<p>Elementos de la elipse: centro, vértices, extremos del eje menor, focos, eje mayor, eje menor, distancia focal, excentricidad y lado recto. Propiedad de simetría de la elipse. Definición de la elipse como lugar geométrico.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El alumnado realiza una pequeña investigación sobre los elementos de la elipse para que posteriormente se revisen en el salón de clase.</li> <li>• El profesorado propone la construcción de una elipse usando el método del jardinero o con doblado de papel, y guía el análisis de lo realizado a fin de que se arribe a la definición como lugar geométrico y se identifiquen sus elementos más importantes.</li> <li>• Propone las definiciones de otros elementos importantes de la elipse y plantea actividades de identificación de manera colaborativa.</li> </ul>
<p>Obtiene la ecuación ordinaria de la elipse a partir de sus elementos, con ejes paralelos a los ejes cartesianos y con centro en el origen. Obtiene la ecuación ordinaria de la elipse a partir de sus elementos, con ejes paralelos a los ejes cartesianos con centro fuera del origen.</p>	<p>Ecuación ordinaria de la elipse.</p>	<p>El profesorado orienta la obtención de la ecuación ordinaria de la elipse con centro en el origen, luego con centro sobre uno de los ejes y la posterior generalización a la ecuación con centro fuera de los ejes. Es conveniente que el profesorado, para garantizar la comprensión de la ecuación, pida al alumnado decidir si un conjunto dado de puntos pertenece o no a la elipse dada su ecuación.</p>
<p>Bosqueja la gráfica de la elipse a partir de los parámetros de su ecuación ordinaria. Identifica la relación entre la excentricidad y la forma de la elipse.</p>	<p>La elipse y los parámetros de su representación algebraica.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Excentricidad.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El profesorado propone ejercicios para bosquejar la elipse a partir de sus parámetros. Utiliza la relación pitagórica de los parámetros <math>a</math>, <math>b</math>, <math>c</math> y los extremos del lado recto para realizar el bosquejo de la gráfica de la elipse.</li> <li>• El profesorado puede promover entre el alumnado el uso de software dinámico en el análisis de los parámetros y la excentricidad de la elipse para establecer la relación con su gráfica.</li> </ul>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Transforma la ecuación general de la elipse a su forma ordinaria. Bosqueja la gráfica de la elipse a partir de la ecuación general.	Ecuación general.	El profesorado guía la transformación de la ecuación general de la elipse a su forma ordinaria, empleando el método de completar cuadrados para identificar sus elementos y graficarla.
Resuelve problemas geométricos y en otros contextos.	Problemas de aplicación.	<b>El profesorado puede:</b>  Solicitar una investigación sobre aplicaciones de la elipse y propone problemas utilizando los resultados obtenidos. Proponer problemas sobre recintos históricos, estadios u otro tipo de artefactos de forma elíptica para analizar la reflexión del sonido y la luz, relativos a las propiedades de la elipse en diferentes contextos: arcos de túneles, órbitas de planetas, reflectores elípticos, galerías susurrantes, etcétera.

## Evaluación

El profesorado realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del alumnado sobre el ambiente, el desempeño profesorado y la efectividad de las actividades, se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes y proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

## Diagnóstica

Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado, necesarios para abordar el estudio de la circunferencia y la elipse como lugares geométricos.

### **Formativa**

Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.

### **Sumativa**

Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con la circunferencia y la elipse como lugares geométricos.

## **Referencias**

### **Para el alumnado**

#### **Básicas**

Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). *Matemáticas III: enfoque por competencias* (quinta edición). McGraw-Hill/Interamericana.

Oteyza de Oteyza, E. de. (2011). *Geometría analítica* . 3ª. ed. Pearson Educación.

Oteyza de Oteyza, et al. (2007). *Conocimientos fundamentales de matemáticas, trigonometría y geometría analítica*. Pearson Educación.

Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: geometría analítica básica*. Grupo Editorial Patria.

#### **Complementarias**

Ayres, F. Jr. (s/f). *Trigonometría plana y esférica*. McGraw-Hill/Interamericana.

Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 3. Libro de trabajo para el bachillerato general*. Trillas

Fuenlabrada de la Vega Trucios, S., & Fuenlabrada Velázquez, I. R. (2013). *Geometría y trigonometría* (4a. edición). McGraw-Hill/Interamericana.

Lehmann, C. (2008). *Geometría analítica*. Limusa.



## Para el profesorado

### Básicas

- Aguilar Márquez, A., Bravo Vázquez, F. V., Gallegos Ruiz, H. A., Cerón Villegas, M., y Reyes Figueroa, R. (2009). *Geometría analítica*. Pearson Educación.
- Bernal Garduño, R. (2008). *Trigonometría: EPOEM*. McGraw-Hill/Interamericana.
- Cuéllar Carvajal, J. A. (2012). *Geometría analítica*. McGraw-Hill.
- Clemens, S. R., O'Daffer, P. G., y Cooney, T. J. (1998). *Geometría*. Pearson.
- Cortina, J., y Escudero, P. (2021). *Introducción a la geometría analítica*. Fondo Editorial Universidad del Pacífico.
- Lehmann, C. (2008). *Geometría analítica*. Limusa.
- Oteyza de Oteyza, E. de, Lam Osnaya, E., Hernández Garciadiego, C., Carrillo Hoyo, Á. M., y Ramírez Flores, A. (2011). *Geometría analítica*. 3ª ed. Pearson Educación.
- Oteyza de Oteyza, E. de, Lam, E., Hernández, C., Carrillo, A., y Ramírez, A. (2015). *Geometría analítica y trigonometría* (3a. edición). Pearson.
- Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 3: Geometría analítica básica*. Grupo Editorial Patria.
- Swokowski, E., Cole, J. (2011). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. 13ª ed. Cengage Learning.

### Complementarias

- Ayres, F. Jr. (s/f). *Trigonometría plana y esférica*. McGraw-Hill/Interamericana.
- Blanco, L. (1993). "Una clasificación de problemas matemáticos". *Épsilon*, 25. Pp. 49-60.
- Carpinteyro, V. E. (2016). *Geometría analítica*. Grupo Editorial Patria.
- Castañeda de Isla Puga, E. (2000). *Geometría analítica en el espacio*. Facultad de Ingeniería/UNAM.
- CUAIEED, CIGU, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la perspectiva de género (PEG) en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. <http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como-incorporar-la-perspectiva-de-genero.pdf>
- CUAIEED, COUS, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la sustentabilidad en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. [http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como\\_incorporar\\_la\\_sustentabilidad\\_2.pdf](http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como_incorporar_la_sustentabilidad_2.pdf)
- DGTIC, UNAM. (2021). *Guía digital para la utilización de TAC (Tecnologías para el Aprendizaje y el Conocimiento) en diferentes áreas de conocimiento*. UNAM.
- Flores Samaniego, Á. H., & Gómez Reyes, A. (2009). "Aprender matemática, haciendo matemática: la evaluación en el aula". *Educación matemática* 21(2), pp.117-142.

- García Reyes, J. (2018). "La formación ciudadana en estudiantes de bachillerato". *Revista Digital Universitaria* (RDU). doi: <https://www.revista.unam.mx/2018v19n5/formacion-ciudadana-en-estudiantes-de-bachillerato/>
- Holliday, B. (2002). *Geometría analítica con trigonometría*. McGraw-Hill.
- Instituto Politécnico Nacional. (2006). *Geometría analítica para nivel medio superior: Libro para el profesor*. IPN.
- Kindle, J. (1991). *Geometría analítica*. McGraw-Hill.
- Leithold, L. (1987). *El cálculo con geometría analítica*. Harla.
- Max-Neef, M. (2004). *Fundamentos de la transdisciplinariedad*. Universidad Austral de Chile.
- NCFB, UNAM. (2000). *Formación ciudadana*. UNAM.
- Sánchez Vélez, A., & Silva Laya, M. (2022). "Formación ciudadana en universidades de alto desarrollo académico en la Ciudad de México". *Revista de la Educación Superior*. 51(202), pp.1-25.

**NOTA.** Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad profesorado. Algunos pueden encontrarse en plataformas institucionales: Red Universitaria de Aprendizaje, Portal Académico del CCH, BiDi UNAM, además de otros recursos digitales como Geogebra o Khan Academy.



# Matemáticas IV



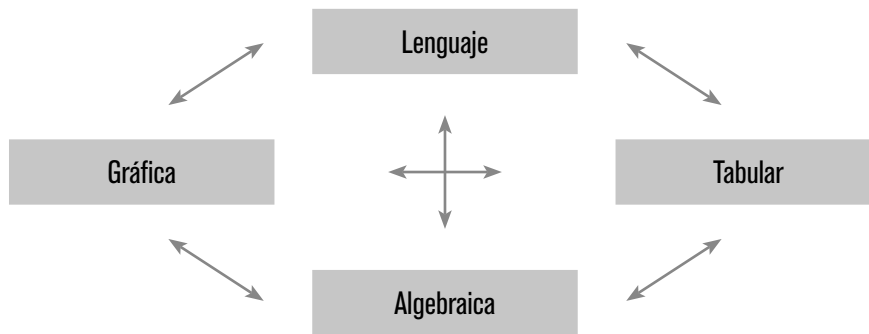
## PRESENTACIÓN DE LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS IV

**E**n los cursos previos a esta asignatura ya se han atendido los ejes temáticos de la materia de Matemáticas: álgebra, geometría euclidiana, geometría analítica, trigonometría y funciones. En Matemáticas IV se plantea utilizar las temáticas estudiadas en las asignaturas anteriores para consolidar, integrar y profundizar conocimientos y procedimientos que permitan al alumnado emplear diferentes tipos de funciones para modelar situaciones y fenómenos diversos. La asignatura propone comenzar con el estudio formal del concepto de función, y abordar después algunos de los principales tipos de funciones: las funciones polinomiales, racionales, con radicales, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas.

### Propósitos del curso

La asignatura de Matemáticas IV se imparte en el cuarto semestre y al finalizar el curso, a través de las diversas actividades encaminadas al desarrollo de habilidades y a la comprensión de conceptos y procedimientos, el alumnado:

- Reafirmará los conceptos de variables independiente y dependiente para formular expresiones algebraicas que las relacionen.
- Recuperará la noción de función para llegar a su formalización como una regla de correspondencia que asocia a cada elemento de la primera variable, un único elemento de la segunda variable.
- Incrementará su capacidad de resolución de problemas al conocer y manejar nuevas herramientas para modelar y analizar situaciones y fenómenos que se pueden representar con las funciones estudiadas en el curso.
- Enriquecerá y utilizará de manera integrada diversos conceptos y procedimientos de aritmética, álgebra y trigonometría, así como geometría euclidiana y analítica en el estudio y modelación de fenómenos y situaciones diversas, en que intervienen las funciones abordadas en el curso.
- Modelará diversas situaciones que involucran variación, y a través del análisis del comportamiento de la función respectiva obtendrá información y conclusiones sobre la situación estudiada.
- Realizará la transición, en los dos sentidos, entre los registros de representación típicos de funciones elementales como muestra el diagrama.



- Identificará la forma básica de la gráfica asociada con la expresión analítica y viceversa; esto es, dada una expresión algebraica, inferirá el comportamiento gráfico y, dada la gráfica, deducirá información relevante de ella. Con base en lo anterior, consolidará su manejo del plano cartesiano.
- Realizará exploraciones numéricas y gráficas, sistemáticas, captando las relaciones entre los parámetros de la expresión analítica (algebraica) de funciones de distinto tipo y las gráficas correspondientes.
- Analizará, de las funciones estudiadas en el curso, la variación (el cambio) en forma global y en intervalos. Entenderá la noción de tasa de variación y la aplicará en diferentes situaciones modeladas por diversas funciones.
- Continuará cimentando valores y actitudes que promuevan la perspectiva de género, la ciudadanía y la sustentabilidad. Estos incluyen equidad, inclusión, tolerancia, solidaridad, respeto, colaboración, cuidado del medio ambiente, entre otros. Ello puede lograrse mediante talleres interactivos, campañas de concienciación, entre otras actividades, que fomenten dichos valores y actitudes, con el objetivo de formar individuos conscientes, responsables y comprometidos con una sociedad más justa y sostenible.
- Empleará los conocimientos adquiridos en esta asignatura para aplicarlos a distintas áreas de la matemática y otras disciplinas de manera transversal.
- Reconocerá, con la orientación del profesorado, el carácter de la matemática como ciencia a lo largo del estudio de los aprendizajes propuestos.

Hay que mantener presente que, siguiendo el enfoque didáctico y disciplinario de la materia, la asignatura de Matemáticas IV debería abordarse mediante la resolución de problemas y privilegiando la actividad del alumnado, en vez de la exposición catedrática del profesorado. Al respecto, es muy recomendable generar un ambiente de aprendizaje en el que el alumnado proponga ideas, trabaje, argumente, debata con sus pares y con el profesorado mientras avanza en la construcción de soluciones a problemas seleccionados, teniendo en mente que interesa que desarrolle habilidades para aprender a aprender, a hacer y a ser.

Como ya se ha hecho mención, la tecnología puede ser una poderosa

herramienta para lograr aprendizajes en matemáticas; es conveniente buscar un equilibrio entre el uso de recursos tecnológicos y tradicionales para lograr una comprensión integral y robusta de la asignatura. De la misma manera, puede ser conveniente apoyarse en el contexto histórico para abordar algunas de las temáticas, por ejemplo, el origen y el desarrollo del concepto de función.

La asignatura está organizada en cuatro unidades, como sigue:

### Contenidos temáticos

Unidad	Nombre de la Unidad	Horas
1	Noción del concepto de función y funciones polinomiales.	25
2	Funciones racionales y funciones con radicales.	15
3	Funciones exponenciales y logarítmicas.	20
4	Funciones trigonométricas.	20

### Evaluación

La evaluación es el proceso de recopilación de información para la toma de decisiones orientadas a mejorar. Es importante no confundirla con el acto de *calificar*, asignar una nota con fines de acreditación o no de la asignatura. Al respecto, Flores (2009) recoge las siguientes recomendaciones:

La evaluación debe poner atención en la matemática que es importante, debe ser justa para el alumnado, el profesorado y la institución; debe fomentar el aprendizaje del estudiantado, haciéndole ver qué es lo que ya sabe y qué debe aprender o qué puede hacer (Balanced Assessment Project, 2000, p. VI; Clarke, 1997, pp. 2-3). Además, la evaluación debe hacerse a través de diferentes fuentes de información o instrumentos de evaluación, entre los que se cuentan cuestionarios con preguntas abiertas, cuestionarios de opción múltiple, conversaciones, bitácoras o diarios y portafolios (NCTM, 2000, pp. 22-24; Garrison y Ehringhaus, 2008; Gómez, 2007, pp. 119-120).

Estas orientaciones pueden ser útiles para definir cómo evaluaremos los avances de nuestro alumnado: consideremos que si nos interesa la construcción de habilidades como la resolución de problemas, el razonamiento y el pensamiento crítico, nuestros instrumentos de evaluación deberían diseñarse para recabar información sobre esas habilidades, y no concentrarse solo en la algoritmia necesaria para manipular ciertas ecuaciones.

Se propone al profesorado revisar constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.



# UNIDAD 1. NOCIÓN DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN Y FUNCIONES POLINOMIALES

## Presentación de la unidad

La primera unidad de Matemáticas IV introduce al alumnado al concepto formal de función, retomando las primeras nociones abordadas en los cursos de Matemáticas I y II, para pasar después al estudio de las funciones polinomiales.

A través del planteamiento de problemas el alumnado distinguirá entre una relación y una función, profundizará en aspectos como las maneras de representar estos objetos matemáticos (verbal, algebraica, tabular y gráfica), así como los elementos que les caracterizan (variable dependiente y variable independiente, dominio, codominio y rango).

Una vez abordada la noción general de función, se procederá a estudiar las funciones conocidas como polinomiales, algunas de sus propiedades, características, y las transiciones entre sus formas de representación. En particular, se planteará un primer análisis del dominio y el rango para este tipo de funciones, técnicas para el cálculo de ceros o raíces para la elaboración de bosquejos de sus gráficas, además de utilizarlas para modelar y resolver problemas de distintos tipos.

Debe tenerse presente que, de acuerdo con lo que se ha establecido en este programa, la actividad del alumnado es fundamental para la generación de conocimiento y el desarrollo de habilidades y actitudes, por lo que el profesorado necesita implementar un ambiente de aprendizaje en el que dicha actividad sea central, mientras se trabaja con ideas matemáticas estimulantes y el proceso se evalúa continuamente para mejorar.

## Carta descriptiva

Propósito	Tiempo
<p><b>Al finalizar la unidad, el alumnado:</b></p> <p>Estudiará el concepto de función, la notación funcional, así como la distinción entre variables dependiente e independiente; transitará entre las representaciones tabular, gráfica, algebraica y de lenguaje natural de las funciones polinomiales, analizando su comportamiento y utilizándolas para resolver problemas en diferentes contextos, continuando el desarrollo de sus habilidades de razonamiento, reflexión, análisis, resolución de problemas, entre otras.</p>	25 hrs.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p><b>El alumnado:</b></p>		<p>Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el alumnado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella debe promover respeto y equidad entre los participantes.</p>
<p>Distingue entre relaciones y funciones en diferentes contextos.</p> <p>Define el concepto de función como una relación entre dos conjuntos.</p> <p>Diferencia dominio, codominio y rango de una función.</p> <p>Utiliza diferentes registros para la representación de funciones.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Relación.</li> <li>• Noción generalizada de función.</li> <li>• Dominio, codominio y rango.               <ul style="list-style-type: none"> <li>- Relación entre dos variables.</li> <li>- Regla de correspondencia.</li> </ul> </li> </ul>	<p>El profesorado propone una investigación sobre el desarrollo histórico del concepto de función.</p> <p>A través del planteamiento de problemas de reconocimiento (Blanco, 1993)<sup>3</sup> se sugiere que el alumnado:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifique relaciones y funciones, señalando dominio, codominio, rango y reglas de correspondencia.</li> <li>• Elabore diferentes representaciones (sagitales, tabulares, algebraicas, verbales y gráficas) de relaciones y funciones.</li> <li>• Distinga la gráfica de una relación de la de una función.</li> <li>• Utilice software dinámico para la verificación de bosquejos a lápiz y papel de gráficas de funciones.</li> </ul>

<sup>3</sup> Un ejercicio de reconocimiento es aquel en el que se pretende resolver, reconocer o recordar un factor específico, una definición o una proposición de un teorema.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica situaciones que se modelan con una función polinomial.</li> <li>• Comprende el significado de la notación funcional.</li> <li>• Utiliza la notación funcional para representar y evaluar funciones polinomiales.</li> <li>• Usa la notación de intervalos para representar dominio y rango de una función.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Situaciones que se modelan con una función polinomial.</li> <li>• Notación funcional:  <math display="block">f(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0</math> </li> <li>• Intervalos.</li> </ul>	<p>Organizado en equipos o de manera individual y con la orientación del profesorado, el alumnado:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Explora situaciones que pueden modelarse con una función polinomial e identifica los elementos y características del polinomio correspondiente.</li> <li>• Evalúa funciones polinomiales empleando la notación pertinente, registra los resultados en una tabla y los grafica.</li> <li>• Identifica el dominio y el rango para dichas funciones, expresándolos en forma de intervalo.</li> </ul>
<p>Utiliza la división sintética como herramienta para determinar algunos de los posibles ceros de una función polinomial. Aplica los teoremas: de las raíces racionales, del residuo, del factor y su recíproco en una función polinomial <math>f(x)</math>, para determinar los ceros de <math>f(x)</math> y obtener su expresión factorizada.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• División sintética, teorema del residuo, teorema del factor y su recíproco.</li> <li>• Ceros de la función y raíces reales y complejas de la ecuación asociada.</li> <li>• Raíces de multiplicidad impar o par, para observar el comportamiento gráfico.</li> <li>• Teorema fundamental del álgebra.</li> <li>• Teorema de las raíces racionales.</li> </ul>	<p><b>El alumnado, con orientación del profesorado:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Investiga la división sintética en fuentes sugeridas por el profesorado.</li> <li>• A través de problemas de reconocimiento<sup>4</sup>, retoma las características de las funciones lineales y cuadráticas (raíces enteras, raíces racionales, raíces complejas, ceros, gráfica) para extenderlas a las funciones polinomiales de grado mayor a dos.</li> <li>• Observa que cuando hay raíces racionales, existe una relación entre coeficientes principales, términos independientes y dichas raíces.</li> <li>• Calcula raíces (o ceros) racionales de funciones polinomiales diversas.</li> <li>• Aproxima raíces irracionales de funciones polinomiales con lápiz y papel, y posteriormente con ayuda de software.</li> </ul>

<sup>4</sup> Un ejercicio de reconocimiento es aquel en el que se pretende resolver, reconocer o recordar un factor específico, una definición o una proposición de un teorema (Blanco, 1993).

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Construye la representación algebraica de una función polinomial a partir de sus ceros.</p> <p>Bosqueja la gráfica de una función polinomial a partir del cálculo de sus ceros.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representación algebraica y gráfica de una función polinomial.</li> </ul>	<p><b>El alumnado:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica las diferencias entre las representaciones gráficas de funciones polinomiales de grados par e impar.</li> <li>• Con ayuda de un <i>software</i> dinámico analiza los parámetros de <math>f(x) = ax^n + b</math> para mejorar su comprensión de la graficación de funciones polinomiales.</li> <li>• Construye la representación algebraica de una función polinomial a partir de sus ceros, bosqueja la gráfica correspondiente y verifica que la función obtenida efectivamente tiene esas raíces.</li> <li>• Transita entre diferentes formas de representación algebraica de una función polinomial (factorizada, desarrollada) y su representación gráfica.</li> <li>• Calcula los ceros de una función polinomial y obtiene valores de la función en puntos diferentes a sus raíces para bosquejar su gráfica.</li> <li>• Con ayuda de un <i>software</i> dinámico verifica sus bosquejos a lápiz y papel.</li> </ul>
<p>Emplea funciones polinomiales como modelos de variación de fenómenos naturales, económicos y sociales.</p>	<p>Problemas de aplicación.</p>	<p><b>El alumnado:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabaja en la solución de problemas en diferentes contextos (por ejemplo, sobre áreas y volúmenes) que pueden resolverse modelando la situación con una función polinomial.</li> <li>• Reconoce el dominio y el rango de una función tomando en cuenta el contexto del problema.</li> <li>• Analiza y explica funciones que modelicen situaciones que involucren cambio climático, cambios económicos, fenómenos sociales (perspectiva de género, formación para la ciudadanía, etcétera) empleando diversas representaciones. Este análisis puede llevarse a cabo con apoyo de simuladores y <i>software</i> dinámico.</li> </ul>

## **Evaluación**

El profesorado realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del alumnado sobre el ambiente, el desempeño profesorado y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes y proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

### **Diagnóstica**

Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado, necesarios para abordar el concepto de función, de función polinomial y sus características y elementos.

### **Formativa**

Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.

### **Sumativa**

Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con la noción de función y el concepto de función polinomial.

## Referencias

### Para el alumnado

#### Básicas

- Barnett, R. A., Ziegler, M. R., Bylecn, K., León Cárdenas, J., & Barnett, R. A. (2000). *Precálculo: funciones y gráficas*. 4ª edición. McGraw-Hill.
- Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). *Matemáticas IV: enfoque por competencias* (5a. edición). McGraw-Hill/Interamericana.
- Larson, R., Falvo, D. C., Ibarra Escutia, J., & Mercado González, E. C. (2018). *Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias* (1a. edición). Cengage.
- Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 4. Precálculo: funciones y aplicaciones*. 3ª. ed. Patria.
- Stewart James, Romo Muñoz, J. H., Cervantes, S., & Timoteo E. (2017). *Precálculo, matemáticas para el cálculo*. 7ª. ed. Cengage Learning.
- Swokowski, E. W., Cole, J. A., Carril Villareal, M. del P., & Swokowski, E. W. (2018). *Precálculo: álgebra y trigonometría con geometría analítica*. 1ª. ed. Cengage Learning.

#### Complementarias

- Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 4. Libro de trabajo para el bachillerato general*. Trillas.
- Jiménez, M., Estrada R. (2018). *Matemáticas 4*. Pearson.
- Soto, E. (2020). *Matemáticas IV. Bachillerato SEP*. Trillas.

### Para el profesorado

#### Básicas

- Barnett, R. A., Ziegler, M. R., Bylecn, K., León Cárdenas, J., & Barnett, R. (2000). *Precálculo: funciones y gráficas*. 4ª. ed. McGraw-Hill.
- Demana, F. (2007) *Precálculo*. 7ª. ed. Pearson.
- Johnson, L. M., & Steffensen, A. R. (1994). *Álgebra y trigonometría con aplicaciones*. Editorial Trillas.
- Larson, R., Falvo, D. C., Ibarra Escutia, J., & Mercado González, E. C. (2018). *Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias*. 1ª. ed. Cengage.
- Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 4. Precálculo: funciones y aplicaciones*. 3ª. ed. Patria.
- Stewart James, Romo Muñoz, J. H., Cervantes, S., & Timoteo Eliosa. (2017). *Precálculo, matemáticas para el cálculo*. 7ª. ed. Cengage Learning.

- Swokowski, E. W., Cole, J. A., & Romo, J. H. (2009). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. 12<sup>a</sup>. ed. Cengage Learning.
- Swokowski, E. W., Cole, J. A., Carril Villareal, M. del P, y Swokowski, E. W (2018). *Precálculo: álgebra y trigonometría con geometría analítica* 1<sup>a</sup> ed. Cengage Learning.

### Complementarias

- Blanco, L. (1993). “Una clasificación de problemas matemáticos”. *Épsilon*, 25, pp. 49-60.
- CUAIEED, CIGU, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la perspectiva de género (PEG) en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. <http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como-incorporar-la-perspectiva-de-genero.pdf>
- CUAIEED, COUS, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la sustentabilidad en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. [http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como\\_incorporar\\_la\\_sustentabilidad\\_2.pdf](http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como_incorporar_la_sustentabilidad_2.pdf)
- DGTIC, UNAM. (2021). *Guía digital para la utilización de TAC (Tecnologías para el Aprendizaje y el Conocimiento) en diferentes áreas de conocimiento*. UNAM.
- Flores Samaniego, Á. H., & Gómez Reyes, A. (2009). *Aprender matemática, haciendo matemática: la evaluación en el aula*. *Educación Matemática*, 21(2), 117-142.
- García Reyes, J. (2018). “La formación ciudadana en estudiantes de bachillerato”. *Revista Digital Universitaria* (RDU). doi:<https://www.revista.unam.mx/2018v19n5/formacion-ciudadana-en-estudiantes-de-bachillerato/>
- Kelly, T. J., Anderson, J. T., & Balomeros, R. H. (1996). *Álgebra, y trigonometría: precálculo*. Trillas.
- Leithold, L. (1987). *El cálculo con geometría analítica*. Harla.
- . (1994) *El cálculo*. 7<sup>a</sup>. ed. Oxford University Press.
- Max-Neef, M. (2004). *Fundamentos de la transdisciplinariedad*. Universidad Austral de Chile.
- NCFB, UNAM. (2000). *Formación Ciudadana*. UNAM.
- Ramírez, C. et al. (2012). *Matemáticas IV. Cuaderno de trabajo*. Trillas.
- Rangel, L. (2008). *Funciones y relaciones*. Trillas.
- Sánchez Vélez, A., & Silva Laya, M. (2022). “Formación ciudadana en universidades de alto desarrollo académico en la Ciudad de México”. *Revista de la Educación Superior*, 51(202), 1-25.

**NOTA.** Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad profesorado. Algunos pueden encontrarse en plataformas institucionales: Red Universitaria de Aprendizaje, Portal Académico del CCH, BiDi UNAM, además de otros recursos digitales como Geogebra o Khan Academy.

## **UNIDAD 2. FUNCIONES RACIONALES Y CON RADICALES**

### **Presentación de la unidad**

En esta unidad se continúa con el estudio de funciones, buscando que el alumnado analice, modelice y grafique algunas situaciones que dan lugar a funciones racionales y con radicales. En el caso de las funciones racionales se revisan problemas sencillos relacionados con movimiento a velocidad constante, fuerza electrostática entre dos cargas, fuerza gravitacional, con la intención de reconocer la variación inversa. Para las funciones con radicales se revisan construcciones geométricas de triángulos rectángulos y figuras inscritas o circunscritas a circunferencias o semicircunferencias. En el análisis de estas funciones se revisarán los elementos que las constituyen, se trazarán sus gráficas y se propondrán problemas de aplicación.

Se contemplan diversos aprendizajes y temáticas para lograr el propósito general, organizados de forma gradual y coherente. Las estrategias sugeridas están orientadas a lograr los aprendizajes planteados y se presentan algunos ejemplos específicos de apoyo al profesorado para el desarrollo de la unidad.

Se propone al profesorado revisar constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.



## Carta descriptiva

Propósito	Tiempo
<p><b>Al finalizar la unidad, el alumnado:</b></p> <p>Modelará algunas situaciones que dan lugar a funciones racionales y con radicales, a través del planteamiento de problemas diversos, identificando dominios, rangos, asíntotas, bosquejando sus gráficas y relacionando estas características con la problemática planteada para resolverla.</p>	15 hrs.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p><b>El alumnado:</b></p>		<p>Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el alumnado realice actividades de aprendizajes individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella debe promover respeto y equidad entre los participantes.</p>
<p><b>Funciones racionales</b></p>		
<p>Identifica el comportamiento de funciones racionales a través de la exploración de distintas situaciones.</p>	<p>Funciones de la forma:</p> $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}, q(x) \neq 0$ <p>con <math>p(x)</math> y <math>q(x)</math>, polinomios de coeficientes reales, de grado menor o igual a dos.</p>	<p>El profesorado propone al alumnado, organizado en equipos, trabajar con problemas que involucren situaciones de variación inversa, como por ejemplo la relación entre velocidad y tiempo en un movimiento rectilíneo uniforme</p> $(v = \frac{d}{t})$ <p>para analizar qué sucede con los valores de <math>v</math> cuando <math>d</math> es constante y <math>t</math> se acerca a cero, o adopta valores positivos muy grandes o negativos muy pequeños.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>El alumnado identifica las diferencias entre las gráficas de las funciones racionales y polinomiales.</li> </ul>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Determina el dominio de una función racional.</p> <p>Determina los elementos de una función racional cuyo denominador es de grado mayor que el numerador: ceros, asíntotas verticales, asíntota horizontal, puntos de discontinuidad (huecos) y rango.</p> <p>Realiza el bosquejo de una función racional.</p>	<p>Elementos de las funciones racionales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dominio</li> <li>• Asíntotas verticales.</li> <li>• Ceros de la función.</li> <li>• Asíntota horizontal.</li> <li>• Puntos de discontinuidad.</li> <li>• Rango.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Haciendo uso de ejemplos cuidadosamente seleccionados, el profesorado guía al alumnado para que, a través de una tabulación, identifique los valores de <math>x</math> para los cuales la función se indetermina, obteniendo a partir de ello el dominio de la función.</li> <li>• Con la orientación del profesorado, el alumnado determina algebraicamente las asíntotas verticales y horizontales, los huecos y los ceros de la función. Asigna valores en <math>x</math>, entre cada uno de estos elementos para bosquejar la función.</li> <li>• El alumnado, en equipos, trabaja diversos problemas con funciones racionales de diferente grado de dificultad y explora la función alrededor de los puntos de discontinuidad.</li> <li>• El alumnado verifica, por medio de un software dinámico, los bosquejos de las gráficas.</li> <li>• El alumnado realiza una breve investigación sobre las aportaciones de María Gaetana Agnesi a las matemáticas, y específicamente sobre la llamada “<i>Curva de Agnesi</i>”</li> </ul> $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1};$ <p>elabora una comparación de las diferencias y similitudes que existen entre esta función y las funciones racionales que ha estudiado hasta este momento, incluyendo sus distintas representaciones. El profesorado puede ahondar en la historia de Agnesi y las circunstancias que llevaron al sobrenombre de “Bruja de Agnesi”.</p>
<p>Calcula la asíntota horizontal de funciones racionales cuyo denominador y numerador tienen el mismo grado.</p> <p>Elabora la gráfica de una función racional a partir de sus elementos (ceros, asíntotas verticales y horizontal, huecos).</p> <p>Estima el rango de una función racional.</p>	<p>Gráfica de funciones racionales con asíntotas verticales y asíntota horizontal diferente al eje de las abscisas.</p>	<p>El profesorado proporciona al alumnado organizado en equipos problemas que impliquen el cálculo de la asíntota horizontal. Ejemplo:</p> $f(x) = \frac{8x^4 - 2x^3 + 5}{2x^4 + 3x - 2}$ <p>dando valores para <math>x = 10</math>, <math>x = 100</math>, <math>x = 1000</math> y ver a qué valor tiende la función.</p> <p>El profesorado formaliza el teorema de la asíntota horizontal.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• El profesorado propone al alumnado, organizado en equipos, graficar diferentes funciones racionales. Primero, localiza las asíntotas verticales, horizontal, huecos, ceros y da valores entre estos elementos para realizar su gráfica y estima el rango de la función.</li> </ul> <p>El alumnado, por medio de un <i>software</i> dinámico, grafica diferentes funciones y traza las asíntotas verticales y horizontal.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
Resuelve problemas de aplicación.	Problemas de aplicación.	<ul style="list-style-type: none"> <li>El profesorado propone, como tema de investigación en equipos, la aplicación de estas funciones en diferentes campos del conocimiento: ley de Coulomb, ley de gravitación universal, ley de Boyle, ley de Ohm, resistencias en paralelo.</li> </ul>
<b>Funciones con radicales</b>		
Reconoce situaciones que se pueden modelar mediante funciones con radicales.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Funciones de la forma:  <math display="block">f(x) = \sqrt{ax \pm b}</math> <math display="block">f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c}</math> con <math>a, b, c \in R</math>.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>El alumnado explora diversas situaciones en donde las relaciones entre dos variables den lugar a funciones con radicales, observa su comportamiento y, de ser posible, lo compara con otro tipo de funciones estudiadas con anterioridad. Por ejemplo, el problema del gato sobre la escalera (determinación de la trayectoria de un objeto sobre una escalera que, apoyada en una pared, se desliza sobre el suelo), la determinación del lado de un triángulo rectángulo, conociendo uno que tiene longitud fija, determinación del tiempo que tarda en llegar al suelo un objeto en caída libre o en tiro vertical sabiendo su posición inicial, etcétera.</li> </ul>
<p>Determina los elementos de una función con radicales (ceros, dominio y rango).</p> <p>Bosqueja la representación gráfica de una función con radicales a partir de sus elementos (ceros, dominio y rango).</p>	<p>Elementos de las funciones con radicales:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Ceros.</li> <li>Dominio.</li> <li>Rango.</li> </ul> <p>Gráfica de funciones con radicales.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>El alumnado, organizado en equipos, grafica funciones cuyo radicando sea una función polinomial de primer o segundo grado, y determina los ceros, el dominio y el rango algebraica o gráficamente.</li> <li>El alumnado verifica, por medio de un software dinámico, los bosquejos de las gráficas elaboradas con lápiz y papel.</li> </ul>
Resuelve problemas en diferentes contextos que involucren funciones con radicales.	Problemas de aplicación.	<ul style="list-style-type: none"> <li>El alumnado establece las relaciones entre las variables de los elementos de una situación propuesta y determina el modelo matemático correspondiente. Explica y reflexiona sobre los resultados obtenidos. Por ejemplo, el teorema de Bernoulli, problemas sobre parábolas horizontales o que requieran el despeje de una variable en la ecuación de una elipse o una circunferencia.</li> </ul>

## **Evaluación**

El profesorado realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del alumnado sobre el ambiente, el desempeño profesorado y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación, para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes, proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

### **Diagnóstica**

Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado, necesarios para abordar las funciones racionales y con radicales.

### **Formativa**

Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.

### **Sumativa**

Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con las funciones racionales y con radicales.

## Referencias

### Para el alumnado

#### Básicas

- Barnett, R. A., Ziegler, M. R., Bylecn, K., León Cárdenas, J., & Barnett, R. A. (2000). *Precálculo: funciones y gráficas*. 4<sup>a</sup>. ed.. McGraw-Hill.
- Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). *Matemáticas IV: enfoque por competencias* (5a. edición). McGraw-Hill/Interamericana.
- Larson, R., Falvo, D. C., Ibarra Escutia, J., & Mercado González, E. C. (2018). *Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias*. 1<sup>a</sup>. ed). Cengage.
- Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 4. Precálculo: funciones y aplicaciones*. 3<sup>a</sup>. ed. Grupo Editorial Patria.
- Stewart James, Romo Muñoz, J. H., Cervantes, S., & Timoteo E. (2017). *Precálculo, matemáticas para el cálculo*. 7<sup>a</sup>. ed. Cengage Learning.
- Swokowski, E. W., Cole, J. A., Carril Villareal, M. del P., & Swokowski, E. W. (2018). *Precálculo: álgebra y trigonometría con geometría analítica*. 1<sup>a</sup>. ed. Cengage Learning

#### Complementarias

- Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 4. Libro de trabajo para el Bachillerato General*. Ed. Trillas
- Jiménez, M., Estrada R. (2018). *Matemáticas 4*. Pearson.
- Soto, E. (2020). *Matemáticas IV. Bachillerato SEP*. Trillas.

### Para el profesorado

#### Básicas

- Barnett, R. A., Ziegler, M. R., Bylecn, K., León Cárdenas, J., & Barnett, R. (2000). *Precálculo: funciones y gráficas*. 4<sup>a</sup>. ed. McGraw-Hill.
- Demana, F. (2007) *Precálculo* (7a. edición). Pearson.
- Johnson, L. M., & Steffensen, A. R (1994). *Álgebra y trigonometría con aplicaciones*. Editorial Trillas.
- Larson, R., Falvo, D. C., Ibarra Escutia, J., & Mercado González, E. C. (2018). *Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias*. 1<sup>a</sup>. ed. Cengage.

- Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 4. Precálculo: funciones y aplicaciones*. 3ª. ed. Grupo Editorial Patria.
- Stewart James, Romo Muñoz, J. H., Cervantes, S., & Timoteo Eliosa. (2017). *Precálculo, matemáticas para el cálculo* (7a. edición). Cengage Learning.
- Swokowski, E. W., Cole, J. A., & Romo, J. H. (2009). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica* (12ª. edición). Cengage Learning.
- Swokowski, E. W., Cole, J. A., Carril Villareal, M. del P., y Swokowski, E. W (2018). *Precálculo: álgebra y trigonometría con geometría analítica*. 1ª ed. Cengage Learning.

### Complementarias

- Blanco, L. (1993) “Una clasificación de problemas matemáticos”. *Épsilon*, 25, pp. 49-60.
- CUAIEED, CIGU, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la perspectiva de género (PEG) en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. <http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como-incorporar-la-perspectiva-de-genero.pdf>
- CUAIEED, COUS, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la sustentabilidad en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. [http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como\\_incorporar\\_la\\_sustentabilidad\\_2.pdf](http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como_incorporar_la_sustentabilidad_2.pdf)
- DGTIC, UNAM. (2021). *Guía digital para la utilización de TAC (Tecnologías para el Aprendizaje y el Conocimiento) en diferentes áreas de conocimiento*. UNAM.
- Flores Samaniego, Á. H., & Gómez Reyes, A. (2009). “Aprender Matemática, Haciendo Matemática: la evaluación en el aula”. *Educación matemática*, 21(2), pp. 117-142.
- García Reyes, J. (2018). “La formación ciudadana en estudiantes de bachillerato”. *Revista Digital Universitaria (RDU)*. doi:<https://www.revista.unam.mx/2018v19n5/formacion-ciudadana-en-estudiantes-de-bachillerato/>
- Kelly, T. J., Anderson, J. T., & Balomeros, R. H. (1996). *Álgebra y trigonometría: pre-cálculo*. Trillas.
- Leithold, L. (1987). *El cálculo con geometría analítica*. Harla.
- . (1994). *El cálculo*. 7ª. ed. Oxford University Press.
- Max-Neef, M. (2004). *Fundamentos de la transdisciplinariedad*. Universidad Austral de Chile.
- NCFB, UNAM. (2000). *Formación ciudadana*. UNAM.
- Ramírez, C. et al. (2012). *Matemáticas IV. Cuaderno de trabajo*. Editorial Trillas.
- Rangel, L. (2008). *Funciones y relaciones*. Trillas.
- Sánchez Vélez, A., & Silva Laya, M. (2022). “Formación ciudadana en universidades de alto desarrollo académico en la Ciudad de México”. *Revista de la Educación Superior*, 51(202), pp. 1-25

**NOTA.** Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad profesorado. Algunos pueden encontrarse en plataformas institucionales: Red Universitaria de Aprendizaje, Portal Académico del CCH, BiDi UNAM, además de otros recursos digitales como Geogebra o Khan Academy.

## UNIDAD 3. FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS

### Presentación de la unidad

Continuando con el estudio de los diferentes tipos de funciones, en esta unidad se abordarán las funciones trascendentes: exponenciales y logarítmicas. Dentro de esta unidad se busca proporcionar al alumnado herramientas necesarias para comprender, analizar y aplicar los conceptos que se relacionan con estas funciones. Inicialmente se explorarán situaciones o fenómenos que corresponden al crecimiento y decaimiento exponencial, con la intención de identificar los elementos que definen a este tipo de función, y transitar entre sus diferentes registros de representación, para que, utilizando la metodología de resolución de problemas, identifique la relación que existe entre los parámetros y su gráfica. De manera similar, se dará paso al estudio de las funciones logarítmicas, abordando su definición, propiedades, cambio de base, así como su relación con las funciones exponenciales, introduciendo la noción de función inversa.

Por último, el alumnado utilizará estos conocimientos en la modelación y resolución de problemas, para formular una interpretación de los resultados obtenidos. La comprensión gradual de estas funciones le permitirá que consolide el concepto de función, la diferencia entre los diversos tipos de funciones a partir de las propiedades de cada una, y, a su vez, le dotará de los elementos necesarios para continuar el estudio de otras funciones trascendentes como las trigonométricas. Se sugiere el uso de diversas estrategias de enseñanza, que pueden variar entre enseñanza directa, resolución de problemas prácticos, discusiones en grupo, proyectos de modelación, el uso de software matemático para favorecer la exploración visual, el reconocimiento de patrones de comportamiento y la formulación de conjeturas.

En resumen, esta unidad no se limita a proporcionar al alumnado herramientas matemáticas, sino también busca que desarrollen las habilidades para utilizar estos conocimientos de manera relevante en una variedad de situaciones que involucren este tipo de funciones.

Se propone al profesorado que revise constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.



## Carta descriptiva

Propósito	Tiempo
<p><b>Al finalizar la unidad, el alumnado:</b></p> <p>Utilizará las funciones exponencial y logarítmica para analizar e interpretar distintas situaciones o fenómenos de la naturaleza, retomando los conceptos de dominio y rango, así como el análisis de las relaciones entre los parámetros de estas funciones y su representación gráfica, para modelar y resolver problemas en diferentes contextos.</p>	20 hrs.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<b>El alumnado:</b>		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el alumnado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella debe promover respeto y equidad entre los participantes.
<b>Funciones exponenciales</b>		
Identifica situaciones o fenómenos que corresponden a crecimiento o decaimiento exponencial. Reconoce a través de las diferentes formas de representación de la función exponencial, las relaciones o condiciones existentes entre el crecimiento o decaimiento y sus formas de variación.	<p>Situaciones que involucran crecimiento o decaimiento exponencial.</p> <p>Funciones exponenciales del tipo:  <math>f(x) = ab^x</math> con <math>b &gt; 1</math>  ó <math>0 &lt; b &lt; 1</math>  y <math>a \neq 0</math></p>	<p>Se sugiere presentar las situaciones de crecimiento de población, interés compuesto, decaimiento radiactivo y depreciación, meramente para que el alumnado observe el comportamiento y posteriormente analice la variabilidad.</p> <p>El profesorado presenta modelos de crecimiento o decaimiento exponencial y pide al alumnado analizar el comportamiento de la variación mediante tabulación para series de intervalos de igual longitud, y gráficamente observe que el eje de las abscisas es una asíntota horizontal para esta curva. Esta actividad es propuesta para ser trabajada en equipos.</p>
Analiza los efectos de los parámetros $a$ y $b$ en la gráfica de la función exponencial.	<p>Estudio analítico y gráfico del comportamiento de funciones exponenciales del tipo:  <math>f(x) = ab^x</math>, con <math>b &gt; 1</math>  ó <math>0 &lt; b &lt; 1</math>, <math>a \neq 0</math>.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>El alumnado en equipos realiza las gráficas de diferentes funciones exponenciales de la forma <math>f(x) = ab^x</math>, con <math>b &gt; 1</math> ó <math>0 &lt; b &lt; 1</math>, <math>a \neq 0</math>.</li> <li>El alumnado, con software dinámico, verifica el bosquejo de las gráficas realizadas a lápiz y papel, y analiza el efecto de los parámetros <math>a</math> y <math>b</math> en la gráfica de la función exponencial.</li> </ul>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Determina el dominio y el rango de una función exponencial y lo expresa por medio de intervalos.</p> <p>Bosqueja la gráfica de una función exponencial.</p>	<p>Dominio, rango y gráfica de funciones exponenciales</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El alumnado, en equipos, realiza la gráfica de funciones exponenciales y simboliza su dominio y rango por medio de intervalos. El profesorado debe destacar que en el modelo general el dominio son los números reales y que el rango debe estar constituido por los valores positivos o negativos de <math>y</math> dependiendo del valor de <math>\alpha</math>.</li> <li>• El alumnado, con el uso de un software dinámico, verifica las gráficas realizadas a lápiz y papel.</li> </ul>
<p>Distingue la gráfica de funciones exponenciales con diferentes bases, incluyendo el número <math>e</math>.</p> <p>Utiliza la función exponencial de base <math>e</math> para resolver problemas en distintos contextos.</p>	<p>La función:  <math>f(x) = ae^{kx}</math>, <math>a \neq 0</math> y <math>k \neq 0</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El profesorado propone problemas diversos, por ejemplo, de interés compuesto que permitan aproximarse al número <math>e</math> y se hace énfasis en su importancia.</li> <li>• El alumnado analiza, por medio de un software dinámico, las gráficas de distintas funciones exponenciales de base <math>e</math>.</li> </ul>
<p>Resuelve problemas en diferentes contextos que involucren funciones exponenciales.</p>	<p>Uso de funciones exponenciales para modelar y resolver problemas teóricos o de aplicación práctica.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El profesorado propone al alumnado, organizado en equipos, resolver ecuaciones exponenciales sencillas.</li> <li>• El profesorado propone al alumnado, organizado en equipos, resolver problemas relacionados con cultivos de bacterias, desintegración radioactiva, interés compuesto, Torres de Hanoi, tablero de ajedrez, ley de enfriamiento de Newton, entre otros.</li> </ul>
<b>Funciones logarítmicas</b>		
<p>Define el concepto de logaritmo base <math>b</math> de un número y las relaciones:  <math>b^y = x \iff y = \log_b x</math></p>	<p>Logaritmo base <math>b</math> de un número y su relación con la potencia base <math>b</math>.</p>	<p>El profesorado propone al alumnado, organizado en equipos, cambiar expresiones sencillas en forma logarítmica a forma exponencial y viceversa.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Opera con logaritmos de distintas bases utilizando sus propiedades básicas.</p>	<p>Propiedades básicas de los logaritmos</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\log_b 1 = 0</math></li> <li>• <math>\log_b b = 1</math></li> <li>• <math>\log_b (xy) = \log_b x + \log_b y</math></li> <li>• <math>\log_b (x/y) = \log_b x - \log_b y</math></li> <li>• <math>\log_b x^n = n \log_b x</math></li> </ul> <p>Cambio de base</p> $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$	<p>El profesorado propone al alumnado, organizado en equipos y con base en las leyes de los logaritmos, resolver diferentes ecuaciones logarítmicas de la misma base o diferente base, enfatizando en los logaritmos de base 10 y base <math>e</math>.</p>
<p>Determina el dominio y el rango de una función logarítmica y lo expresa por medio de intervalos.</p> <p>Analiza los efectos de los parámetros <math>b</math> y <math>k</math> en <math>f(x) = k \log_b (x)</math></p> <p>Elabora el bosquejo de la gráfica de una función logarítmica.</p>	<p>La función <math>f(x) = k \log_b (x)</math></p> <p>Definición, gráfica, dominio y rango de la función logarítmica.</p>	<p>El profesorado propone al alumnado, organizado en equipos, graficar diferentes funciones logarítmicas identificando el dominio y rango. En plenaria que propongan una definición de función logarítmica.</p>
<p>Verifica mediante gráficas o tablas que la función logarítmica es la función inversa de la exponencial.</p>	<p>La función logaritmo como inversa de la función exponencial.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El profesorado propone al alumnado, organizado en equipos, obtener la inversa de la función logarítmica y su gráfica, con ejemplos sencillos.</li> <li>• El profesorado grafica: <math>f(x) = b^x, y = x, f(x) = \log_b x</math></li> </ul> <p>En esta construcción hay que señalar que una gráfica es la imagen de la otra y viceversa, si <math>Y = X</math> se considera un espejo.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• El alumnado, por medio de un software dinámico, grafica diferentes funciones y sus inversas.</li> </ul>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Resuelve problemas en diferentes contextos que se modelicen con funciones logarítmicas y exponenciales.</p> <p>Modela y resuelve problemas en diferentes contextos que involucren funciones logarítmicas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Situaciones que involucren variación de tipo logarítmico.</li> <li>• Ecuaciones logarítmicas y exponenciales.</li> <li>• Funciones exponenciales y logarítmicas como modelos para resolver problemas teóricos o de aplicación práctica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El profesorado analiza un caso de aplicación de funciones logarítmicas como la medición de la intensidad de sismos.</li> <li>• El alumnado, en equipo, resuelve problemas sencillos que involucren el uso de las propiedades de logaritmos.</li> <li>• El profesorado propone realizar un proyecto de algún fenómeno natural relacionado con la sustentabilidad, que sea posible modelar a través de una función exponencial o logarítmica, empleando datos obtenidos con los sensores de la Estación Meteorológica del Colegio (PEMBU), entre otros.</li> </ul>

## Evaluación

El profesorado realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del alumnado sobre el ambiente, el desempeño profesorado y la efectividad de las actividades se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes y proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

## Diagnóstica

Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado, necesarios para abordar las funciones exponenciales y logarítmicas.

**Formativa**

Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regular el proceso.

**Sumativa**

Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con las funciones exponenciales y logarítmicas.

**Referencias****Para el alumnado****Básicas**

- Barnett, R. A., Ziegler, M. R., Bylecn, K., León Cárdenas, J., & Barnett, R. A. (2000). *Precálculo: funciones y gráficas*. 4<sup>a</sup>. ed. McGraw-Hill.
- Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). *Matemáticas IV: enfoque por competencias* (quinta edición). McGraw-Hill/Interamericana.
- Larson, R., Falvo, D. C., Ibarra Escutia, J., & Mercado González, E. C. (2018). *Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias*. 1<sup>a</sup>.ed. Cengage.
- Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 4. Precálculo: funciones y aplicaciones*. 3<sup>a</sup>. ed. Patria.
- Stewart James, Romo Muñoz, J. H., Cervantes, S., & Timoteo E. (2017). *Precálculo, matemáticas para el cálculo*. 7<sup>a</sup>. ed. Cengage Learning.
- Swokowski, E. W., Cole, J. A., Carril Villareal, M. del P., & Swokowski, E. W. (2018). *Precálculo: álgebra y trigonometría con geometría analítica*. 1<sup>a</sup> ed. Cengage Learning.

**Complementarias**

- Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 4. Libro de trabajo para el bachillerato general*. Trillas
- Jiménez, M., Estrada R. (2018). *Matemáticas 4*. Pearson.
- Soto, E. (2020). *Matemáticas IV. Bachillerato SEP*. Trillas.

## Para el profesorado

### Básicas

- Barnett, R. A., Ziegler, M. R., Bylecn, K., León Cárdenas, J., & Barnett, R. (2000). *Precálculo: funciones y gráficas*. 4<sup>a</sup>. ed. McGraw-Hill.
- Demana, F. (2007) *Precálculo*. 7<sup>a</sup>. ed. Pearson.
- Johnson, L. M., & Steffensen, A. R (1994). *Álgebra y trigonometría con aplicaciones*. Trillas.
- Larson, R., Falvo, D. C., Ibarra Escutia, J., & Mercado González, E. C. (2018). *Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias*. 1<sup>a</sup>. ed. Cengage.
- Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 4. Precálculo: funciones y aplicaciones*. (3<sup>a</sup>. edición). Grupo Editorial Patria.
- Stewart James, Romo Muñoz, J. H., Cervantes, S., & Timoteo Eliosa. (2017). *Precálculo, matemáticas para el cálculo*. 7<sup>a</sup>. ed. Cengage Learning.
- Swokowski, E. W., Cole, J. A., & Romo, J. H. (2009). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. 12<sup>a</sup>. ed. Cengage Learning.
- Swokowski, E. W., Cole, J. A., Carril Villareal, M. del P, y Swokowski, E. W (2018). *Precálculo: álgebra y trigonometría con geometría analítica*. 1<sup>a</sup>. ed. Cengage Learning.

### Complementarias

- Blanco, L. (1993) “Una clasificación de problemas matemáticos”. *Épsilon*, 25, pp. 49-60.
- CUAIEED, CIGU, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la perspectiva de género (PEG) en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. <http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como-incorporar-la-perspectiva-de-genero.pdf>
- CUAIEED, COUS, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la sustentabilidad en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. [http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como\\_incorporar\\_la\\_sustentabilidad\\_2.pdf](http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como_incorporar_la_sustentabilidad_2.pdf)
- DGTIC, UNAM. (2021). *Guía digital para la utilización de TAC (Tecnologías para el Aprendizaje y el Conocimiento) en diferentes áreas de conocimiento*. UNAM.
- Flores Samaniego, Á. H., & Gómez Reyes, A. (2009). “Aprender matemática, haciendo matemática: la evaluación en el aula”. *Educación Matemática*, 21(2), pp. 117-142.
- García Reyes, J. (2018). “La formación ciudadana en estudiantes de bachillerato”. *Revista Digital Universitaria (RDU)*. doi:<https://www.revista.unam.mx/2018v19n5/formacion-ciudadana-en-estudiantes-de-bachillerato/>
- Kelly, T. J., Anderson, J. T., & Balomeros, R. H. (1996). *Álgebra, y trigonometría: precálculo*. Trillas.

- Leithold, L. (1987). *El cálculo con geometría analítica*. Harla.
- . (1994) *El cálculo*. 7ª. ed. Oxford University Press.
- Max-Neef, M. (2004). *Fundamentos de la transdisciplinariedad*. Universidad Austral de Chile.
- NCFB, UNAM. (2000). *Formación ciudadana*. UNAM.
- Ramírez, C. *et al.* (2012). *Matemáticas IV. Cuaderno de trabajo*. Trillas.
- Rangel, L. (2008). *Funciones y relaciones*. Trillas.
- Sánchez Vélez, A., & Silva Laya, M. (2022). “Formación ciudadana en universidades de alto desarrollo académico en la Ciudad de México”. *Revista de la Educación Superior*, 51(202), pp. 1-25.

**NOTA.** Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad profesorado. Algunos pueden encontrarse en plataformas institucionales: Red Universitaria de Aprendizaje, Portal Académico del CCH, BiDi UNAM, además de otros recursos digitales como Geogebra o Khan Academy.

## UNIDAD 4. FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

### Presentación de la unidad

En esta última unidad se pretende profundizar en el estudio de las dos principales funciones trigonométricas: seno y coseno, las cuales permitirán modelar situaciones o fenómenos que presentan variación periódica en la vida cotidiana. Para ello se inicia con la exploración de algunas situaciones o fenómenos que presentan variación periódica, por ejemplo, el movimiento circular, la oscilación de un péndulo o de un resorte, entre otros, con el propósito de mostrar al alumnado la existencia de este tipo de fenómenos y la necesidad de estudiarlos. Posteriormente, se trabaja con el círculo unitario con centro en el origen, ya que es el puente natural para transitar del concepto de razón a función trigonométrica, indicando la forma en que se mide un ángulo (positivo y negativo), la construcción de ángulos mayores a  $360^\circ$ , la definición del concepto de radian, así como la relación y conversión entre grados sexagesimales y radianes. La idea de esto último es para extender los dominios de las funciones trigonométricas a números reales.

A continuación, se busca que el alumnado comprenda la forma en que se extienden o generalizan las razones trigonométricas para ángulos de cualquier magnitud y la construcción de las funciones seno y coseno, auxiliándose de ángulos de referencia inscritos en el círculo unitario. Para complementar esta construcción, se recomienda emplear tablas para realizar la gráfica de la función seno y coseno e identificar sus elementos como dominio, rango, periodo, máximo, mínimo y ceros.

Posteriormente, con lápiz y papel o mediante el empleo de algún software de geometría dinámica, el alumnado analiza el efecto de los parámetros  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$  en las gráficas de las funciones:  $f(x) = A \operatorname{sen}(Bx + C) + D$  y  $f(x) = A \operatorname{cos}(Bx + C) + D$ , identifica la frecuencia, la amplitud, el periodo, ángulo de desfase y desplazamiento vertical, y utiliza este conocimiento para transitar entre los registros algebraico y gráfico para cada una de las funciones.

Esta unidad concluye con la aplicación de los conocimientos adquiridos en la resolución de problemas. En general, se sugiere plantear al alumnado situaciones que requieran de su activa participación para resolverlos, donde el propósito no es solo obtener su solución, sino fortalecer su capacidad para enfrentar problemas y reforzar el desarrollo de sus habilidades y formas de razonamiento.

Se propone al profesorado que revise constantemente los aprendizajes a lograr por medio de las temáticas que se plantean, que revise las estrategias sugeridas a modo de guía, procure dar prioridad a la solución de problemas de aplicación e incorpore conceptos o temáticas transversales con otras disciplinas, así como el uso de tecnología, perspectiva de género, formación de ciudadanía y sustentabilidad; al final se sugieren posibles formas de evaluación de la unidad.



## Carta descriptiva

Propósito	Tiempo
<p><b>Al finalizar la unidad, el alumnado:</b></p> <p>Comprenderá las funciones trigonométricas como extensión del concepto de razón trigonométrica, en particular el estudio de las funciones seno, coseno y su forma característica de variación, retomando los conceptos abordados a lo largo de las unidades anteriores y el análisis de sus parámetros, para modelar situaciones de comportamiento periódico y resolver problemas.</p>	20 hrs.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<b>El alumnado:</b>		Privilegiando la metodología de resolución de problemas, se sugiere que el alumnado realice actividades de aprendizaje individuales, en equipo o en plenarias propuestas por el profesorado, que contemplen la transversalidad de la matemática con otras disciplinas, la perspectiva de género, la formación para la ciudadanía, la sustentabilidad y el uso de tecnología. Toda discusión realizada en el aula o fuera de ella debe promover respeto y equidad entre los participantes.
<b>Funciones trigonométricas</b>		
Reconoce situaciones o fenómenos que presenten variación periódica.	Situaciones o fenómenos de variación periódica.	El profesorado presenta algunos ejemplos de situaciones o fenómenos que tienen variación periódica, como fases lunares, horas de luz solar, mareas, movimiento circular, de un péndulo o de un resorte, ondas electromagnéticas, sonoras, etcétera, para que sean analizadas e identificar qué tienen en común. El alumnado explora otros ejemplos para identificar la característica por la cual considera que existe variación periódica. Se pueden definir los conceptos de periodo y amplitud.
Reconoce el ángulo en el círculo unitario como una rotación de su radio, identificando su lado inicial y su lado final.	Círculo unitario.	El profesorado explica qué es el círculo unitario y junto con el alumnado lo construyen en el plano cartesiano. El profesorado, a través de preguntas dirigidas, guiará al alumnado para recordar el concepto de ángulo y la forma en que se mide (positivo o negativo). Construirán ángulos mayores a $360^\circ$ (o menores a $-360^\circ$ ) y el significado de radian, empleando el círculo unitario. Es importante indicar al alumnado las razones por las que el radian es la unidad adecuada en la medición de ángulos para la modelación de algunas situaciones o fenómenos con variación periódica.

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Convierte medidas angulares de grados a radianes. Convierte medidas angulares de radianes a grados.</p>	<p>Medidas angulares en grados y radianes. Conversiones.</p>	<p>El alumnado, trabajando en equipo, convierte las medidas angulares de grados a radianes y viceversa, con ayuda de su calculadora. El profesorado puede proponer la construcción de una tabla que relacione los ángulos de <math>0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 225^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 315^\circ, 330^\circ</math> y <math>360^\circ</math>, con sus respectivos valores en radianes.</p>
<p>Describe la forma en que se extienden o generalizan las razones trigonométricas para ángulos de cualquier magnitud. Calcula valores de las razones trigonométricas para ángulos de cualquier magnitud dados en radianes.</p>	<p>Razones trigonométricas seno, coseno y tangente para cualquier ángulo.</p>	<p>El profesorado explica la forma de calcular valores de las razones trigonométricas para cualquier ángulo, auxiliándose de ángulos de referencia inscritos en el círculo unitario. El alumnado, trabajando en equipo, elabora una tabla para obtener seno, coseno y tangente de algunos ángulos como <math>0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi</math> empleando los triángulos rectángulos que tienen ángulos de <math>30^\circ</math> y <math>45^\circ</math> en el círculo unitario. El alumnado resuelve algunos ejercicios donde calcule el seno, coseno y tangente de distintos ángulos dados en radianes, empleando su calculadora.</p>
<p>Generaliza el concepto de razón trigonométrica al de función trigonométrica. Construye la gráfica de <math>f(x) = \text{sen } x</math> a partir de su registro tabular. Construye la gráfica de <math>f(x) = \text{cos } x</math>, a partir de su registro tabular. Determina dominio y rango, amplitud y periodo de las funciones <math>f(x) = \text{sen } x, f(x) = \text{cos } x</math></p>	<p>Funciones trigonométricas: <math>f(x) = \text{sen } x, f(x) = \text{cos } x</math>, Gráfica, dominio, rango, ceros, amplitud, periodo.</p>	<p>El alumnado, junto con el profesorado, analizan el comportamiento del seno y coseno en el círculo unitario, cuando el ángulo varía de <math>0</math> a <math>\frac{\pi}{2}</math>; de <math>\frac{\pi}{2}</math> a <math>\pi</math>; de <math>\pi</math> a <math>\frac{3\pi}{2}</math> y de <math>\frac{3\pi}{2}</math> a <math>2\pi</math> empleando algún software de geometría dinámica, para obtener conclusiones sobre el signo, repetición de valores, los ceros, los máximos y mínimos, etcétera. El alumnado, en equipos, grafica las funciones seno y coseno con el uso de tablas e identifica sus ceros, y sus valores máximos y mínimos, periodo, amplitud, dominio, rango.</p>

Aprendizajes	Temática	Estrategias sugeridas
<p>Analiza los efectos de los parámetros A, B, C y D en las gráficas de las funciones:  <math>f(x) = A \operatorname{sen}(Bx + C) + D</math>  <math>f(x) = A \operatorname{cos}(Bx + C) + D</math></p> <p>Identifica en las funciones:  <math>f(x) = A \operatorname{sen}(Bx + C) + D</math>  <math>f(x) = A \operatorname{cos}(Bx + C) + D</math></p> <p>la amplitud, frecuencia, desfase y desplazamiento vertical.            Grafica las funciones:  <math>f(x) = A \operatorname{sen}(Bx + C) + D</math>  <math>f(x) = A \operatorname{cos}(Bx + C) + D</math></p> <p>a partir de sus parámetros: amplitud, frecuencia, desfase y desplazamiento vertical.</p>	<p>Funciones trigonométricas:  <math>f(x) = A \operatorname{sen}(Bx + C) + D</math>  <math>f(x) = A \operatorname{cos}(Bx + C) + D</math></p> <p>Comportamiento de las gráficas respecto de los parámetros: A, B, C y D (amplitud, periodo, frecuencia, desfase y desplazamiento vertical).</p> <p>Gráfica de las funciones a partir de sus valores máximos, mínimos, ceros, periodo y frecuencia.</p>	<p>El alumnado bosqueja la gráfica de funciones seno y coseno, obteniendo algebraicamente periodo, desplazamiento de fase, desplazamiento vertical, amplitud y por medio de un software de geometría dinámica valida su trabajo.</p> <p>El alumnado, con ayuda de software, analiza diferentes gráficas haciendo variar los parámetros A, B, C y D. El profesorado puede dejar como actividad extra clase que el alumnado realice un reporte escrito de sus observaciones del papel que juega cada uno de los parámetros en la gráfica.</p> <p>El alumnado, en equipo, realiza gráficas de las funciones seno y coseno que contengan cada uno de los parámetros. Es importante que el profesorado plantee también ejercicios en donde se presente la gráfica y que el alumnado obtenga la representación algebraica de la función trigonométrica asociada.</p>
<p>Resuelve problemas de situaciones que involucren variación periódica.</p>	<p>Problemas de aplicación.</p>	<p>El alumnado trabaja en equipo en la solución de problemas de variación periódica (propagación de ondas sísmicas, mareas, oscilación de la temperatura ambiente, variación de la temperatura ambiente y la humedad atmosférica, variación de la altura de la cabeza al andar, entre otros) planteados por el profesorado. Para comprender o modelar las situaciones, el alumnado puede apoyarse con un software dinámico o un simulador.</p>

## **Evaluación**

El profesorado realizará la evaluación de forma continua, es decir, de manera integral con el proceso de enseñanza-aprendizaje, según las necesidades y características del grupo.

Se recomiendan listas de cotejo y matrices de resultados para analizar reportes de resolución de problemas y de investigación. Para recopilar la opinión del alumnado sobre el ambiente, el desempeño profesorado y la efectividad de las actividades, se pueden usar bitácoras COL y diarios de clase (que pueden tener otra periodicidad, como semanales o quincenales). Portafolios y resúmenes comentados o incluso pequeños ensayos al cierre de cada unidad o periodo de evaluación para fomentar la metacognición y rúbricas para concluir dicho cierre. También es posible utilizar exámenes y proyectos, entre otros instrumentos.

Es conveniente realizar exposiciones, presentaciones o debates, para que el trabajo en el aula promueva la autoevaluación y coevaluación, a fin de contribuir a la formación de la autonomía intelectual del alumnado.

### **Diagnóstica**

Se sugiere realizar un diagnóstico para identificar el nivel de conocimientos previos del alumnado, necesarios para abordar las funciones trigonométricas.

### **Formativa**

Se sugiere indagar de manera continua y sistemática el desarrollo del proceso de aprendizaje del alumnado para dar seguimiento, apoyo y en general regulación del proceso.

### **Sumativa**

Se propone recuperar todas las formas de evaluación que permitan reflejar el grado de dominio que alcanzó el alumnado respecto a los aprendizajes relacionados con las funciones trigonométricas.

## Referencias

### Para el alumnado

#### Básicas

- Barnett, R. A., Ziegler, M. R., Bylecn, K., León Cárdenas, J., & Barnett, R. A. (2000). *Precálculo: funciones y gráficas*. 4ª. ed. McGraw-Hill.
- Cuéllar Carvajal, J. A., (2019). *Matemáticas IV: enfoque por competencias*. 5ª. ed. McGraw-Hill/Interamericana.
- Larson, R., Falvo, D. C., Ibarra Escutia, J., & Mercado González, E. C. (2018). *Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias*. 1ª. ed. Cengage.
- Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 4. Precálculo: funciones y aplicaciones*. 3ª. ed. Grupo Editorial Patria.
- Stewart James, Romo Muñoz, J. H., Cervantes, S., & Timoteo E. (2017). *Precálculo, matemáticas para el cálculo*. 7ª. ed. Cengage Learning.
- Swokowski, E. W., Cole, J. A., Carril Villareal, M. del P., & Swokowski, E. W. (2018). *Precálculo: álgebra y trigonometría con geometría analítica*. 1ª. ed. Cengage Learning.

#### Complementarias

- Barkovich, M. (2020). *Matemáticas 4. Libro de trabajo para el bachillerato general*. Trillas.
- Jiménez, M., Estrada R. (2018). *Matemáticas 4*. Pearson.
- Soto, E. (2020). *Matemáticas IV. Bachillerato SEP*. Trillas.

## Para el profesorado

### Básicas

- Barnett, R. A., Ziegler, M. R., Bylecn, K., León Cárdenas, J., & Barnett, R. (2000). *Precálculo: funciones y gráficas*. 4<sup>a</sup>. ed. McGraw-Hill.
- Demana, F. (2007) *Precálculo*. 7<sup>a</sup>. ed. Pearson.
- Johnson, L. M., & Steffensen, A. R. (1994). *Álgebra y trigonometría con aplicaciones*. Trillas.
- Larson, R., Falvo, D. C., Ibarra Escutia, J., & Mercado González, E. C. (2018). *Precálculo: introducción a las matemáticas universitarias*. 1<sup>a</sup>. ed. Cengage.
- Ruiz Basto, J. (2017). *Matemáticas 4. Precálculo: funciones y aplicaciones*. 3<sup>a</sup>. ed. Grupo Editorial Patria.
- Stewart James, Romo Muñoz, J. H., Cervantes, S., & Timoteo Eliosa. (2017). *Precálculo, matemáticas para el cálculo*. 7<sup>a</sup>. ed. Cengage Learning.
- Swokowski, E. W., Cole, J. A., & Romo, J. H. (2009). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. 12<sup>a</sup>. ed. Cengage Learning.
- Swokowski, E. W., Cole, J. A., Carril Villareal, M. del P., y Swokowski, E. W. (2018). *Precálculo: álgebra y trigonometría con geometría analítica*. 1<sup>a</sup>. ed. Cengage Learning.

### Complementarias

- Blanco, L. (1993) “Una clasificación de problemas matemáticos”. *Épsilon*, 25, pp. 49-60.
- CUAIEED, CIGU, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la perspectiva de género (PEG) en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. <http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como-incorporar-la-perspectiva-de-genero.pdf>
- CUAIEED, COUS, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la sustentabilidad en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. [http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como\\_incorporar\\_la\\_sustentabilidad\\_2.pdf](http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como_incorporar_la_sustentabilidad_2.pdf)
- DGTIC, UNAM. (2021). *Guía digital para la utilización de TAC (Tecnologías para el Aprendizaje y el Conocimiento) en diferentes áreas de conocimiento*. UNAM.
- Flores Samaniego, Á. H., & Gómez Reyes, A. (2009). “Aprender matemática, haciendo matemática: la evaluación en el aula”. *Educación matemática* 21(2), pp. 117-142.
- García Reyes, J. (2018). “La formación ciudadana en estudiantes de bachillerato”. *Revista Digital Universitaria* (RDU). doi:<https://www.revista.unam.mx/2018v19n5/formacion-ciudadana-en-estudiantes-de-bachillerato/>
- Kelly, T. J., Anderson, J. T., & Balomeros, R. H. (1996). *Álgebra, y trigonometría: pre-cálculo*. Editorial Trillas.

- Leithold, L. (1987). *El cálculo con geometría analítica*. Harla.
- Leithold, L. (1994) *El cálculo*. 7ª. ed. Oxford University Press.
- Max-Neef, M. (2004). *Fundamentos de la transdisciplinariedad*. Universidad Austral de Chile.
- NCFB, UNAM. (2000). *Formación ciudadana*. UNAM.
- Ramírez, C. et al. (2012). *Matemáticas IV. Cuaderno de trabajo*. Editorial Trillas.
- Rangel, L. (2008). *Funciones y relaciones*. Editorial Trillas.
- Sánchez Vélez, A., & Silva Laya, M. (2022). “Formación ciudadana en universidades de alto desarrollo académico en la Ciudad de México”. *Revista de la Educación Superior*, 51(202), pp. 1-25.

**NOTA.** Se recomienda al profesorado la consulta previa de sitios web, recursos digitales y tecnológicos confiables y adecuados a la temática para sugerirlos al alumnado, así como el uso y adaptación de materiales elaborados por la comunidad profesorado. Algunos pueden encontrarse en plataformas institucionales: Red Universitaria de Aprendizaje, Portal Académico del CCH, BiDi UNAM, además de otros recursos digitales como Geogebra o Khan Academy.

## Referencias para la elaboración del ajuste a los programas

- Balanced Assessment Project (2000). *Advanced High School Assessment Parsippany*. Dale Seymour Publications.
- Barrera-Mora, F., Santos Trigo, L.M. (2002) “Fascículo II.1: Cualidades y Procesos Matemáticos Importantes en la Resolución de Problemas: Un caso Hipotético de Suministro de Medicamento”, Vol. 2 de la serie *Matemáticas aplicadas y su enseñanza*. Grupo Editorial Iberoamérica/Sociedad Matemática Mexicana.
- Blanco, L. (1993). “Una clasificación de problemas matemáticos”. *Épsilon*, 25, pp. 49-60.
- Blum, W. (2011). “Can modeling be taught and learnt? Some answers from empirical research”, en G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.). *Trends in teaching and learning of mathematical modeling* (pp. 15-30). Springer.
- Clarke, D. (1997), *Constructive Assessment in Mathematics: practical steps for classroom teachers*. Key Curriculum Press
- CUAIEED, CIGU, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la perspectiva de género (PEG) en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*. UNAM. <http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como-incorporar-la-perspectiva-de-genero.pdf>
- CUAIEED, CoUS, UNAM. (2022). *Cómo incorporar la sustentabilidad en los planes y programas de estudio de la UNAM. Pautas para bachillerato, licenciatura y posgrado*, UNAM. [http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como\\_incorporar\\_la\\_sustentabilidad\\_2.pdf](http://132.248.48.16/cuaieed/sites/default/files/2023-08/Como_incorporar_la_sustentabilidad_2.pdf)
- DGTIC, UNAM. (2021). *Guía digital para la utilización de TAC (Tecnologías para el Aprendizaje y el Conocimiento) en diferentes áreas de conocimiento*. UNAM.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Universidad del Valle/Peter Lang S. A. (trad. Myriam Vega Restrepo, 1999).
- Flores Samaniego, Á. H., & Gómez Reyes, A. (2009). “Aprender matemática, haciendo matemática: la evaluación en el aula”. *Educación Matemática*, 21(2), 117-142.
- Goos, M. (1998). “I don’t know if I’m doing it right or I’m doing it wrong!’ Unresolved uncertainty in the collaborative learning of mathematics”. In C. Kanes, M. Goos, & E. Warren (eds.). *Teaching mathematics in new times. (Proceedings of the twenty-first annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia.)* (vol. 1, pp. 225-232). Gold Coast: MERGA.
- García Reyes, J. (2018). “La formación ciudadana en estudiantes de bachillerato”. *Revista Digital Universitaria* (RDU). doi:<https://www.revista.unam.mx/2018v19n5/formacion-ciudadana-en-estudiantes-de-bachillerato/>
- Garrison, C. y M. Ehringhaus (2008), “Formative and Summative Assessments in the Classroom”. National Middle School Association. <http://www.nmsa.org/Default.aspx>.



- Gómez, A. (2007). "La evaluación en actividades de aprendizaje con uso de tecnología". (Tesis de maestría con especialidad en Matemática Educativa), CICATA, IPN.
- Kaiser, G. (2018). "The teaching and learning of mathematical modeling", en Jinfa Cai Editor. *Compendium for research in mathematics education* (pp. 267-291). Jinfa Cai.
- Max-Neef, M. (2004). *Fundamentos de la transdisciplinariedad*. Universidad Austral de Chile.
- NCFB, UNAM. (2000). *Formación ciudadana*. UNAM.
- NCTM (2000). "Principles and Standards for the School Mathematics". Polya, G. (2011). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Sánchez Vélez, A., & Silva Laya, M. (2022). "Formación ciudadana en universidades de alto desarrollo académico en la Ciudad de México". *Revista de la Educación Superior*, 51(202), pp. 1-25.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.
- Schoenfeld, A. (1987). *What's all the fuss about metacognition?* In A. H. Schoenfeld (ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp.1-31). Lawrence Erlbaum.
- Stillman, G. (2011). "Applying metacognitive knowledge and strategies in applications and modeling tasks at secondary school". In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (eds.). *Trends in teaching and learning of mathematical modeling: ICTMA14* (pp. 165–180). Springer.
- Tedesco, Juan, Opperti, Renato y Amadio, Massimo. (2013). "Por qué importa hoy el debate curricular". *IBE Working Papers on Curriculum Issues* N° 10. UNESCO.





## **UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

Dr. Leonardo Lomelí Vanegas

RECTOR

Dra. Patricia Dolores Dávila Aranda

SECRETARIA GENERAL

Mtro. Hugo Alejandro Concha Cantú

ABOGADO GENERAL

Mtro. Tomás Humberto Rubio Pérez

SECRETARIO ADMINISTRATIVO

Dra. Diana Tamara Martínez Ruiz

SECRETARIA DE DESARROLLO INSTITUCIONAL

Lic. Raúl Arcenio Aguilar Tamayo

SECRETARIO DE PREVENCIÓN Y SEGURIDAD UNIVERSITARIA

Mtro. Néstor Martínez Cristo

DIRECTOR GENERAL DE COMUNICACIÓN SOCIAL





**ESCUELA NACIONAL  
COLEGIO DE CIENCIAS Y HUMANIDADES**

Dr. Benjamín Barajas Sánchez  
DIRECTOR GENERAL

Lic. Mayra Monsalvo Carmona  
SECRETARIA GENERAL

Lic. Rocío Carrillo Camargo  
SECRETARIA ADMINISTRATIVA

Lic. María Elena Juárez Sánchez  
SECRETARIA ACADÉMICA

QBP. Taurino Marroquín Cristóbal  
SECRETARIO DE SERVICIOS DE APOYO AL APRENDIZAJE

Mtra. Dulce María E. Santillán Reyes  
SECRETARIA DE PLANEACIÓN

Mtro. José Alfredo Núñez Toledo  
SECRETARIO ESTUDIANTIL

Mtra. Araceli Mejía Olguín  
SECRETARIA DE PROGRAMAS INSTITUCIONALES

Lic. Héctor Baca Espinoza  
SECRETARIO DE COMUNICACIÓN INSTITUCIONAL

Ing. Armando Rodríguez Arguijo  
SECRETARIO DE INFORMÁTICA

## **DIRECTORES DE PLANTELES**

AZCAPOTZALCO

Mtra. Martha Patricia López Abundio

NAUCALPAN

Mtro. Keshava Quintanar Cano

VALLEJO

Lic. Maricela González Delgado

ORIENTE

Mtra. María Patricia García Pavón

SUR

QFB. Susana de los Ángeles Lira de Garay



**PROGRAMAS  
DE ESTUDIO  
2024**

Escuela Nacional Colegio de Ciencias y Humanidades.  
Los Programas de Estudio del Área de Matemáticas  
se terminaron de imprimir en el mes de julio de 2024.



**PROGRAMAS  
DE ESTUDIO  
2024**

